

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова»

«Утверждаю»

Декан факультета ВМК МГУ
имени М.В. Ломоносова

академик



Е.И. Моисеев

2018г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

«Аналитические методы теории вероятностей»

Уровень высшего образования – подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре

Направление подготовки – 01.06.01 «Математика и механика»

Направленность (профиль) – «Теория вероятностей и математическая статистика» (01.01.05)

2018 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

1. НАИМЕНОВАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Аналитические методы теории вероятностей

2. УРОВЕНЬ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре.

3. НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ, НАПРАВЛЕННОСТЬ (ПРОФИЛЬ) ПОДГОТОВКИ

Направление 01.06.01 «Математика и механика». Направленность (профиль) «Теория вероятностей и математическая статистика» (01.01.05).

4. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина относится к дисциплинам вариативной части образовательной программы и является обязательной для освоения в 4 семестре.

5. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ

Дисциплина участвует в формировании следующих компетенций образовательной программы:

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения
Владение современными методами построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также методами разработки и реализации алгоритмов их решения на основе фундаментальных знаний в области математики и информатики (ПК-1)	З1 (ПК-1) Знать: современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения У1 (ПК-1) Уметь: применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения В1 (ПК-1) Владеть: навыками оптимального выбора современных методов построения и ана-

	<p>лиза математических моделей, возникающих при решении естественно-научных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения</p>
<p>Способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий (ОПК-1)</p>	<p>З1(ОПК-1) ЗНАТЬ: современные методы исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области</p> <p>У1(ОПК-1) УМЕТЬ: уметь самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий</p>
<p>Способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях (УК-1)</p>	<p>У2 (УК-1)УМЕТЬ: при решении исследовательских и практических задач генерировать новые идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений</p> <p>В2 (УК-1)ВЛАДЕТЬ: навыками критического анализа и оценки современных научных достижений и результатов деятельности по решению исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях</p>
<p>Готовность использовать современные методы и технологии научной коммуникации на государственном и иностранном языках (УК-4)</p>	<p>З2(УК-4) ЗНАТЬ: стилистические особенности представления результатов научной деятельности в устной и письменной форме на государственном и иностранном языках</p> <p>У1(УК-4) УМЕТЬ: следовать основным нормам, принятым в научном общении на государственном и иностранном языках</p>

Оценочные средства для промежуточной аттестации приведены в Приложении.

6. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Объем дисциплины составляет 3 зачетных единицы, всего 108 часов.

38 часов составляет контактная работа с преподавателем – 36 часа занятий лекционного типа, 0 часов занятий семинарского типа (семинары, научно-практические занятия, лабораторные работы и т.п.), 2 часа групповых консультаций.

70 часов составляет самостоятельная работа аспиранта.

7. ВХОДНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Учащиеся должны владеть знаниями по теории вероятностей, теории меры и математическому анализу в объеме, соответствующем основным образовательным программам бакалавриата и магистратуры по укрупненным группам направлений и специальности 01.00.00 «Математика и механика».

8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В процессе обучения используется редактор формул LaTeX для подготовки конспектов лекции и задач для решения на экзамене, а также программное обеспечение для создания и просмотра pdf-документов Adobe Reader.

9. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

В курсе рассматриваются некоторые аналитические методы теории вероятностей: метод характеристических функций, основы метода Тихомирова-Стейна, метод метрических расстояний. Доказываются формулы обращения, неравенства сглаживания, связывающие метрику в пространстве распределений с интегралами от соответствующих характеристических функций, различные неравенства для х.ф., изучаются интегральные преобразования над х.ф., не выводящие за класс х.ф. Исследуется связь между некоторыми вероятностными метриками.

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),	Всего (часы)	В том числе	
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы	Самостоятельная работа обучающегося, часы
		из них	из них

форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Групповые консультации	Индивидуальные консультации	Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, практические контрольные занятия и др)*	Всего	Выполнение домашних заданий	Подготовка рефератов и т.п..	Всего
<p>Тема 1. Метод характеристических функций</p> <p>Характеристические функции (х.ф.) и их основные свойства. Формулы обращения.</p> <p>Равенство Парсеваля, тождество Планшереля и его дискретный аналог (теорема Леви).</p> <p>Неравенства для вещественной части и абсолютного значения х.ф. Связь х.ф. с хвостами распределения.</p> <p>Смеси х.ф. и интегральные преобразования, не выводящие за класс х.ф. Преобразование смещения размера, двойного смещения размера, нулевого смещения.</p> <p>Неравенства сглаживания.</p> <p>Характеристические функции и моменты.</p>	26	26	-	-	-		26	-	-	-
<p>Тема 2. Вероятностные</p>	6	6	-	-	-	-	6			

метрики Сложные и простые вероятностные метрики. Минимальные и протоминимальные метрики. Метрики Колмогорова, Канторовича, дзета-метрики, минимальные L_p -метрики и связь между ними.												
Тема 3. Основы метода Тихомирова-Стейна Нормальное распределение как единственная неподвижная точка преобразования нулевого смещения. Связь модулей гладкости тестовых функций с соответствующими решениями уравнения Стейна. Оценки близости к нормальному распределению в дзета-метриках.	4	4	-	-	-		4					
4. Промежуточная аттестация – устный экзамен	72						2					70
Итого	108						38					70

10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ УЧАЩИХСЯ

Самостоятельная работа учащихся состоит в изучении лекционного материала, учебно-методической литературы, подготовки к текущему контролю и промежуточной аттестации.

Литература для самостоятельной работы студентов в соответствии с тематическим планом .

Тема 1 «Метод характеристических функций»

1. М. Лозв. Теория вероятностей. М.: ИИЛ, 1962.
2. Е. Лукач. Характеристические функции. М.: Наука, 1979.
3. В.В. Петров. Суммы независимых случайных величин. М.: Наука, 1972.
4. В.В. Петров. Предельные теоремы для сумм независимых случайных величин. М.: Наука, 1987.
5. В.Феллер. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. М.: Мир, 1967.
6. И.Г. Шевцова. О неравенстве сглаживания. – *Доклады Академии наук*, 2010, т. 430, вып. 5, с. 600-602
7. И.Г. Шевцова. Точность нормальной аппроксимации: методы оценивания и новые результаты. М.: Аргамак-Медиа, 2016.
8. H. Prawitz. Nocheinige Ungleichungen fur charakteristische Funktionen. – *Scandinavian Actuarial Journal*. 1991, No. 1, p. 49–73.
9. N.G. Ushakov. Selected Topics in Characteristic Functions. VSP, Utrecht, 1999.

Тема 2 «Вероятностные метрики»

1. С.С. Валландер. Вычисление расстояния по Вассерштейну между распределениями вероятностей на прямой. – *Теория вероятн. и ее примен.*, 1973, т.18, вып.4, с.824-827.
2. В.М.Золотарев. Современная теория суммирования независимых случайных величин. М.: Наука, 1986.
3. В.М.Золотарев. Вероятностные метрики. – *Теория вероятн. и ее примен.*, 1983, т.28, вып.2, с.264-287.

Тема 3 «Основы метода Тихомирова-Стейна»

1. L.H.Y. Chen, L.Goldstein,Q.-M. Shao. Normal Approximation by Stein's Method. Springer, 2011.
2. Y. Rinott, V. Rotar. Normal Approximation by Stein's Method. – *Decisions in Economics and Finance*, 2000, vol.23, p.15-29.

11. РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Основная литература

1. С.С. Валландер. Вычисление расстояния по Вассерштейну между распределениями вероятностей на прямой. – *Теория вероятн. и ее примен.*, 1973, т.18, вып.4, с.824-827.
2. В.М.Золотарев. Современная теория суммирования независимых случайных величин. М.: Наука, 1986.
3. Е. Лукач. Характеристические функции. М.: Наука, 1979.
4. М. Лозв. Теория вероятностей. М.: ИИЛ, 1962.

5. В.В. Петров. Суммы независимых случайных величин. М.: Наука, 1972.
6. В.В. Петров. Предельные теоремы для сумм независимых случайных величин. М.: Наука, 1987
7. L.H.Y. Chen, L.Goldstein,Q.-M. Shao. Normal Approximation by Stein's Method. Springer, 2011.
8. N.G. Ushakov. Selected Topics in Characteristic Functions. VSP, Utrecht, 1999.

Дополнительная литература

1. H. Prawitz. Nocheinige Ungleichungen fur charakteristische Funktionen. – Scandinavian Actuarial Journal.1991, No. 1, p. 49–73
2. И.Г. Шевцова. О неравенстве сглаживания. – *Доклады Академии наук*, 2010, т. 430, вып. 5, с. 600-602
3. И.Г. Шевцова. Некоторые оценки для характеристических функций с применением к уточнению неравенства Мизеса. – *Информатика и ее применения*, 2009, т.3, вып. 3, с. 69-78.
4. Y. Rinott, V. Rotar. Normal Approximation by Stein's Method. – *Decisions in Economics and Finance*, 2000, vol.23, p.15-29.
5. I. Shevtsova. Moment-type estimates with asymptotically optimal structure for the accuracy of the normal approximation. – *Annales Mathematicae et Informaticae*, 2012, vol. 39, p.241-307.
6. I. Shevtsova. On the accuracy of the approximation of the complex exponent by the first terms of its Taylor expansion with applications. – *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 2014, vol.418, issue 1, p.185-210

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. <http://elibrary.ru>
2. www.scopus.com
3. <http://arxiv.org>

Информационные технологии, используемые в процессе обучения

1. Программное обеспечение для создания и просмотра pdf-документов Adobe Reader
2. Издательская система LaTeX.

Материально-техническая база

Для преподавания дисциплины требуется класс, оборудованный маркерной или меловой доской.

12. ЯЗЫК ПРЕПОДАВАНИЯ

Русский, английский

13. РАЗРАБОТЧИК ПРОГРАММЫ, ПРЕПОДАВАТЕЛИ

доцент, д.ф.-м.н. Шевцова Ирина Геннадьевна

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

«Аналитические методы теории вероятностей»

Средства для оценивания планируемых результатов обучения, критерии и показатели оценивания приведены ниже.

РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю)	КРИТЕРИИ и ПОКАЗАТЕЛИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю) <i>(критерии и показатели берутся из соответствующих карт компетенций, при этом пользуются либо традиционной системой оценивания, либо БРС)</i>					ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА
	1	2	3	4	5	
	Неудовлетворительно	Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично	
ЗНАТЬ: современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения 31 (ПК-1)	Отсутствие знаний	Фрагментарные представления о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения	В целом сформированные, но неполные знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения	Сформированные систематические знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения	Устный экзамен
УМЕТЬ: применять современные методы построения и анализа мате-	Отсутствие умений	Фрагментарные умения применять современные методы построения и анализа	В целом успешное, но не систематическое умение применять	Успешное, но содержащее отдельные пробелы умение	Сформированное умение применять современные методы построения и анализа	Устный экзамен

<p>математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения У1 (ПК-1)</p>		<p>математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	
<p>ВЛАДЕТЬ: навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения В1 (ПК-1)</p>	<p>Отсутствие навыков</p>	<p>Фрагментарное владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>В целом успешное, но не полное владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>Успешное, но содержащее отдельные пробелы владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>Сформированное владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>Устный экзамен</p>
<p>УМЕТЬ: при решении исследовательских и практических задач гене-</p>	<p>Отсутствие умений</p>	<p>Частично освоенное умение при решении исследовательских и практических задач</p>	<p>В целом успешное, но не систематически осуществляемое умение</p>	<p>В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение</p>	<p>Сформированное умение при решении исследовательских и практических задач</p>	<p>доклад на научном семинаре</p>

рировать новые идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений У2 (УК-1)		генерировать идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений	при решении исследовательских и практических задач генерировать идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений	при решении исследовательских и практических задач генерировать идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений	генерировать идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений	
ВЛАДЕТЬ: навыками критического анализа и оценки современных научных достижений и результатов деятельности по решению исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях В2 (УК-1)	Отсутствие навыков	Фрагментарное применение технологий критического анализа и оценки современных научных достижений и результатов деятельности по решению исследовательских и практических задач.	В целом успешное, но не систематическое применение технологий критического анализа и оценки современных научных достижений и результатов деятельности по решению исследовательских и практических задач.	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение технологий критического анализа и оценки современных научных достижений и результатов деятельности по решению исследовательских и практических задач.	Успешное и систематическое применение технологий критического анализа и оценки современных научных достижений и результатов деятельности по решению исследовательских и практических задач.	доклад на научном семинаре
ЗНАТЬ: стилистические особенности представления результатов научной деятельности в устной и письменной форме на государственном и иностранном языках	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания стилистических особенностей представления результатов научной деятельности в устной и письменной форме на государственном и иностранном языках	Неполные знания стилистических особенностей представления результатов научной деятельности в устной и письменной форме на государственном	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания основных стилистических особенностей представления результатов научной деятель-	Сформированные систематические знания стилистических особенностей представления результатов научной деятельности в устной и письменной форме на государст-	доклад на научном семинаре

32(УК-4)			и иностранном языках	ности в устной и письменной форме на государственном и иностранном языках	венном и иностранном языках	
УМЕТЬ: следовать основным нормам, принятым в научном общении на государственном и иностранном языках У1(УК-4)	Отсутствие умений	Частично освоенное умение следовать основным нормам, принятым в научном общении на государственном и иностранном языках	В целом успешное, но не систематическое умение следовать основным нормам, принятым в научном общении на государственном и иностранном языках	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение следовать основным нормам, принятым в научном общении на государственном и иностранном языках	Успешное и систематическое умение следовать основным нормам, принятым в научном общении на государственном и иностранном языках	доклад на научном семинаре
УМЕТЬ: самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий У1 (ОПК-1)	Отсутствие умений	Частично освоенное умение самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	В целом успешное, но не систематическое умение самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	Успешное и систематическое умение самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	реферат
ЗНАТЬ:	Отсутствие знаний	Фрагментарные	В целом сформированные	Сформированные,	Сформированные	реферат

современные методы исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области 31(ОПК-1)		представления современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области	рованные, но неполные знания о современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области	но содержащие отдельные пробелы знания о современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области	систематические знания о современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области	
---	--	---	--	--	--	--

Фонды оценочных средств, необходимые для оценки результатов обучения

Список вопросов для устного экзамена.

1. Характеристические функции (х.ф.) и их основные свойства. Периодические х.ф. и решетчатые распределения.
2. Формулы обращения: для функций распределения (ф.р.), для плотностей с абсолютно интегрируемой х.ф., с неотрицательной интегрируемой х.ф., с неинтегрируемой х.ф.
3. Равенство Парсеваля, тождество Планшереля и его дискретный аналог (теорема Леви). Формула, выражающая связь скачка в произвольной точке произвольной ф.р. с интегралом от х.ф., ее конкретный вид для решетчатых распределений (с интегралом по ограниченной области).
4. Теоремы Хиткоута и Питмана (неравенства, связывающие вещественную часть и абсолютное значение х.ф. в разных точках). Связь хвостов ф.р. с х.ф.
5. Смеси х.ф. и интегральные преобразования, не выводящие за класс х.ф. Обобщенное и составное распределение Пуассона. Преобразование смещения размера, двойного смещения размера, нулевого смещения.
6. Неравенства сглаживания.
7. Х.ф. и моменты. Связь между дифференцируемостью и существованием соответствующих моментов. Разложение в ряд Тейлора. Классическая оценка точности аппроксимации х.ф. первыми членами ее разложения в ряд Тейлора с моментами целого и дробного порядка.

8. Замена в классической оценке остаточного члена в формуле Тейлора степенных функций тригонометрическими и интегралами от них. Оценка точности аппроксимации х.ф. первыми членами ее разложения в ряд Тейлора на основе модифицированного тейлоровского разложения комплексной экспоненты.
9. Вероятностные метрики. Сложные и простые метрики. Минимальные и протоминимальные метрики.
10. Равномерная метрика, дзета-метрики, средние метрики, L_p -метрики между случайными величинами, Связь между ними.
11. Нормальное распределение как единственная неподвижная точка преобразования нулевого смещения.
12. Связь модулей гладкости тестовых функций с соответствующими решениями уравнения Стейна.
13. Оценки близости к нормальному распределению в дзета-метриках

Методические материалы для проведения процедур оценивания результатов обучения

Особенности организации процесса обучения

Для эффективного освоения курса рекомендуется перед каждым занятием привести в порядок конспекты лекций. После каждого занятия рекомендуется найти и прочитать дополнительную литературу по теме лекции и прочитать свои конспекты.

Структура и график контрольных мероприятий

Устный экзамен в конце семестра, реферат.