

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова»

«Утверждаю»

Декан факультета ВМК МГУ  
имени М.В. Ломоносова

академик



Е.И. Моисеев

«\_\_» \_\_\_\_\_ 2018 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
**«Асимптотические методы математической статистики»**

Уровень высшего образования – подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре

Направление подготовки – 01.06.01 «Математика и механика»

Направленность (профиль) – «Теория вероятностей и математическая статистика» (01.01.05)

2018 г.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **1. НАИМЕНОВАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Асимптотические методы математической статистики

### **2. УРОВЕНЬ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

Подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре.

### **3. НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ, НАПРАВЛЕННОСТЬ (ПРОФИЛЬ) ПОДГОТОВКИ**

Направление 01.06.01 «Математика и механика». Направленность (профиль) «Теория вероятностей и математическая статистика» (01.01.05).

### **4. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ**

Дисциплина относится к дисциплинам вариативной части образовательной программы и является обязательной.

### **5. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ**

Дисциплина участвует в формировании следующих компетенций образовательной программы:

<b>Формируемые компетенции</b>	<b>Планируемые результаты обучения</b>
<p>Владение современными методами построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также методами разработки и реализации алгоритмов их решения на основе фундаментальных знаний в области математики и информатики (ПК-1)</p>	<p>З1 (ПК-1) Знать:  современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения  У1 (ПК-1) Уметь:  применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения  В1 (ПК-1) Владеть:  навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения</p>
<p>Способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных областях. (УК -1)</p>	<p>У1 (УК-1) УМЕТЬ:  анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов   В1(УК-1) ВЛАДЕТЬ:  навыками анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях</p>

<p>Способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий (ОПК-1)</p>	<p>З1(ОПК-1) ЗНАТЬ: современные методы исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области</p> <p>У1(ОПК-1) УМЕТЬ: уметь самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий</p> <p>В1(ОПК-1) ВЛАДЕТЬ навыками самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий</p>
<p>Владение методами математического моделирования для анализа экономических и социальных процессов, задач бизнеса, финансовой и актуарной математики (ПК-5)</p>	<p>З1 (ПК-5) ЗНАТЬ: современные математические модели в области экономики, социологии, задач бизнеса, финансовой и актуарной математики и методы их анализа</p> <p>У1 (ПК-5) УМЕТЬ: применять современные методы построения и анализа математических моделей в области экономики, социологии, задач бизнеса, финансовой и актуарной математики</p> <p>В1 (ПК-5) ВЛАДЕТЬ: навыками оптимального выбора и создания новых современных методов построения и анализа математических моделей в области экономики, социологии, задач бизнеса, финансовой и актуарной математики</p>

Оценочные средства для промежуточной аттестации приведены в Приложении.

## 6. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Объем дисциплины составляет 3 зачетные единицы, всего 108 часов.

28 часов составляет контактная работа с преподавателем – 24 часа занятий лекционного типа, 0 часов индивидуальных консультаций,

2 часа групповых консультаций, 1 экзамен.

80 часов составляет самостоятельная работа аспиранта.

## 7. ВХОДНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Учащиеся должны владеть знаниями по математическому анализу, функциональному анализу, теории вероятностей и математической статистике в объеме, соответствующем основным образовательным программам аспирантуры по укрупненным группам направлений и специальностей 01.06.01 «Математика и механика».

## 8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В процессе обучения используются учебные пособия и статьи журналов из международных баз данных.

## 9. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)	В том числе	
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них	Самостоятельная работа учащегося, часы из них

		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Групповые консультации	Индивидуальные консультации	Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости: коллоквиумы, практические занятия и др.	<b>Всего</b>	Выполнение домашних заданий	Подготовка рефератов и т.п..	<b>Всего</b>
<p><b>Тема 1. Достаточные статистики</b></p> <p>Методы сокращения данных без потери информации. Достаточные статистики и их свойства. Критерий факторизации.</p> <p>Эмпирическая функция распределения и её свойства.</p> <p>Порядковые статистики и их предельные распределения.</p>	<b>12</b>	4	-	-	-	-	<b>4</b>	8	-	<b>8</b>

<p><b>Тема 2.</b></p> <p><b>Оценки скорости сходимости и асимптотические разложения в прикладной статистике</b></p> <p>Оценки скорости сходимости типа Бэрри-Эссеена и асимптотические разложения Эджворта в центральной предельной теореме.</p> <p>Асимптотические свойства второго порядка в статистическом оценивании параметров распределений.</p>	32	8	-	-	-	-	8	24	-	24
<p><b>Тема 3. Асимптотическая теория проверки статистических гипотез</b></p> <p>Понятие статистического критерия. Лемма Неймана-Пирсона. Понятие статистического дефекта и его свойства.</p> <p>Асимптотическое сравнение статистических критериев с помощью понятия дефект.</p>	32	8	-	-	-	-	8	24	-	24

<b>Тема 4. Многомерное нормальное распределение и его свойства.</b>										
Общее определение многомерного нормального закона.	<b>32</b>	8	-	-	-	-	<b>8</b>	<b>24</b>	-	<b>24</b>
Асимптотические свойства многомерного нормального закона.										
<b>Итого</b>	<b>108</b>						<b>28</b>	<b>80</b>		

## 10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ УЧАЩИХСЯ

Самостоятельная работа аспиранта состоит в изучении лекционного материала, учебно-методической литературы, подготовки к экзамену.

## 11. РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Основная учебно-методическая литература

- 1) Бенинг В.Е., Захарова Т.В. Лекции по дополнительным главам математической статистики. 2-е изд., перераб. и доп. Учебное пособие. М.: АЛЬТЕКС. 2017. 272 С.
- 2) Андерсон Т. Введение в многомерный статистический анализ. М.: Физматлит. 1963. 500 стр.
- 3) Ширяев А.Н. Вероятность. М.: Наука. 1989. 438 С.

Дополнительная учебно-методическая литература

- 1) Добеши И. Десять лекций по вейвлетам. - Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001.
- 2) Троицкий И.Н. Статистическая теория томографии. - М.: Радио и связь, 1989.
- 3) Boggess A., Narkowich F. A First Course in Wavelets with Fourier Analysis. - Upper Saddle River: Prentice Hall, 2001.
- 4) Малла С. Вейвлеты в обработке сигналов. - М: Мир, 2005.
- 5) Шестаков О. В. Вероятностно-статистические методы анализа и обработки сигналов на основе вейвлет-алгоритмов. М.: АРГАМАК-



МЕДИА. 2016.

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

- 1) <http://www.wavelet.org/>
- 2) <http://www.exponenta.ru/>
- 3) <http://mathworld.wolfram.com/>

Информационные технологии, используемые в процессе обучения

Материально-техническая база

Для преподавания дисциплины требуется класс, оборудованный меловой доской.

## **12. ЯЗЫК ПРЕПОДАВАНИЯ**

Русский

## **13. РАЗРАБОТЧИК ПРОГРАММЫ, ПРЕПОДАВАТЕЛИ**

д.ф.- м.н., профессор Бенинг Владимир Евгеньевич ([bening@yandex.ru](mailto:bening@yandex.ru))

**ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

**«Асимптотические методы математической статистики»**

Промежуточная аттестация состоит из экзамена, проверяющего приобретенные знания.

Средства для оценивания планируемых результатов обучения, критерии и показатели оценивания приведены ниже.

РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ	КРИТЕРИИ и ПОКАЗАТЕЛИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ОБУЧЕНИЯ из соответствующих карт компетенций					ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА
	1	2	3	4	5	
	<b>Неудовлетворительно</b>	<b>Неудовлетворительно</b>	<b>Удовлетворительно</b>	<b>Хорошо</b>	<b>Отлично</b>	
ЗНАТЬ: современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения 31 (ПК-1)	Отсутствие знаний	Фрагментарные представления о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения	В целом сформированные, но неполные знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения	Сформированные систематические знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения	Устный экзамен

<p>УМЕТЬ: применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения У1 (ПК-1)</p>	<p>Отсутствие умений</p>	<p>Фрагментарные умения применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>В целом успешное, но не систематическое умение применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>Успешное, но содержащее отдельные пробелы умение применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>Сформированное умение применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>Устный экзамен</p>
<p>ВЛАДЕТЬ: навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения В1 (ПК-1)</p>	<p>Отсутствие навыков</p>	<p>Фрагментарное владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>В целом успешное, но не полное владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>Успешное, но содержащее отдельные пробелы владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>Сформированное владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>Устный экзамен</p>

<p>УМЕТЬ: анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов У1 (УК-1)</p>	<p>Отсутствие умений</p>	<p>Частично освоенное умение анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов</p>	<p>В целом успешно, но не систематически осуществляемые анализ альтернативных вариантов решения исследовательских и практических задач и оценка потенциальных выигрышей/проигрышей реализации этих вариантов</p>	<p>В целом успешно, но содержащие отдельные пробелы анализ альтернативных вариантов решения исследовательских задач и оценка потенциальных выигрышей/проигрышей реализации этих вариантов</p>	<p>Сформированное умение анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов</p>	<p>доклад на научном семинаре</p>
<p>ВЛАДЕТЬ: навыками анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях Код В1 (УК-1)</p>	<p>Отсутствие навыков</p>	<p>Фрагментарное применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач</p>	<p>В целом успешное, но не систематическое применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач</p>	<p>В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач</p>	<p>Успешное и систематическое применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях</p>	<p>доклад на научном семинаре</p>

<p>УМЕТЬ: самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий У1 (ОПК-1)</p>	<p>Отсутствие умений</p>	<p>Частично освоенное умение самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий</p>	<p>В целом успешное, но не систематическое умение самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий</p>	<p>В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий</p>	<p>Успешное и систематическое умение самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий</p>	<p>реферат</p>
<p>ЗНАТЬ: современные методы исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области З1(ОПК-1)</p>	<p>Отсутствие знаний</p>	<p>Фрагментарные представления о современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области</p>	<p>В целом сформированные, но неполные знания о современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области</p>	<p>Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области</p>	<p>Сформированные систематические знания о современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области</p>	<p>реферат</p>

<p>ВЛАДЕТЬ: навыками самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий В1 (ОПК-1)</p>	<p>Отсутствие навыков</p>	<p>Фрагментарное владение навыками самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий</p>	<p>В целом успешное, но не полное владение самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий</p>	<p>Успешное, но содержащее отдельные пробелы владение навыками самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий</p>	<p>Сформированное владение навыками самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий</p>	<p>реферат</p>
<p>ЗНАТЬ: современные математические модели в области экономики, социологии, задач бизнеса, финансовой и актуарной математики и методы их анализа З1 (ПК-5)</p>	<p>Отсутствие знаний</p>	<p>Фрагментарные представления о современных математических моделях в области экономики, социологии, задач бизнеса, финансовой и актуарной математики и методах их анализа</p>	<p>В целом сформированные, но неполные знания о современных математических моделях в области экономики, социологии, задач бизнеса, финансовой и актуарной математики и методах их анализа</p>	<p>Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о современных математических моделях в области экономики, социологии, задач бизнеса, финансовой и актуарной математики и методах их анализа</p>	<p>Сформированные систематические знания о современных математических моделях в области экономики, социологии, задач бизнеса, финансовой и актуарной математики и методах их анализа</p>	<p>устный экзамен</p>

<p>УМЕТЬ: применять современные методы построения и анализа математических моделей в области экономики, социологии, задач бизнеса, финансовой и актуарной математики У1 (ПК-5)</p>	<p>Отсутствие умений</p>	<p>Фрагментарные умения применять современные методы построения и анализа математических моделей в области экономики, социологии, задач бизнеса, финансовой и актуарной математики</p>	<p>В целом успешное, но не систематическое умение применять современные методы построения и анализа математических моделей в области экономики, социологии, задач бизнеса, финансовой и актуарной математики</p>	<p>Успешное, но содержащее отдельные пробелы умение применять современные методы построения и анализа математических моделей в области экономики, социологии, задач бизнеса, финансовой и актуарной математики</p>	<p>Сформированное умение применять современные методы построения и анализа математических моделей в области экономики, социологии, задач бизнеса, финансовой и актуарной математики</p>	<p>устный экзамен</p>
<p>ВЛАДЕТЬ: навыками оптимального выбора и создания новых современных методов построения и анализа математических моделей в области экономики, социологии, задач бизнеса, финансовой и актуарной математики В1 (ПК-5)</p>	<p>Отсутствие навыков</p>	<p>Фрагментарное владение навыками оптимального выбора и создания новых современных методов построения и анализа математических моделей в области экономики, социологии, задач бизнеса, финансовой и актуарной математики</p>	<p>В целом успешное, но не полное владение навыками оптимального выбора и создания новых современных методов построения и анализа математических моделей в области экономики, социологии, задач бизнеса, финансовой и актуарной математики</p>	<p>Успешное, но содержащее отдельные пробелы владение навыками оптимального выбора и создания новых современных методов построения и анализа математических моделей в области экономики, социологии, задач бизнеса, финансовой и актуарной математики</p>	<p>Сформированное владение навыками оптимального выбора и создания новых современных методов построения и анализа математических моделей в области экономики, социологии, задач бизнеса, финансовой и актуарной математики</p>	<p>устный экзамен</p>

## Фонды оценочных средств

### Список вопросов для индивидуального собеседования на промежуточной аттестации.

- 1) Понятие достаточности.
- 2) Достаточные статистики. Критерий факторизации.
- 3) Методы построения оптимальных оценок.
- 4) Критерии проверки гипотез.
- 5) Оценка достоверности моделирования распределения выборки по критерию Колмогорова и Колмогорова-Смирнова.
- 6) Лемма Неймана-Пирсона.
- 7) Понятие асимптотического дефекта и его свойства.
- 8) Вычисление дефектов асимптотически оптимальных критериев.
- 9) Полиномы Эрмита их свойства и связь с характеристическими функциями.
- 10) Оценки скорости сходимости типа Бэрри-Эссеена.
- 11) Асимптотические разложения типв Эджворта для плотностей сумм независимых наблюдений.
- 12) Асимптотические разложения для функций распределения.
- 13) Асимптотические разложения Корниша-Фишера.
- 14) Определение многомерного нормального распределения.
- 15) Плотность и характеристические функция многомерного нормального закона.
- 16) Линейные формы от нормальных случайных величин.
- 17) Преобразования нормальных векторов.
- 18) Квадратичные формы от нормальных случайных величин.
- 19) Условное распределение в случае многомерного нормального распределения.
- 20) Оценивание основных параметров многомерного нормального закона.
- 21) Проверка гипотез в случае многомерного нормального закона.

### Примерные контрольные задания для промежуточной аттестации.

КЗ ПА1.

1. Сформулировать критерий факторизации.
2. Доказать лемму Неймана-Пирсона.

КЗ ПА2.

1. Вывести формулу обращения для преобразования Фурье.



2. Доказать центральную предельную теорему.

**Методические материалы для проведения процедур оценивания результатов обучения**

Экзаменационные билеты