

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова»

«Утверждаю»

Декан факультета ВМК МГУ
имени М.В. Ломоносова

академик



Е.И. Моисеев

2018 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

«Дискретные модели управляющих систем»

Уровень высшего образования – подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре

Направление подготовки – 01.06.01 «Математика и механика»

Направленность (профиль) – «Дискретная математика и математическая кибернетика» (01.01.09)

2018 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

1. НАИМЕНОВАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Дискретные модели управляющих систем

2. УРОВЕНЬ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре.

3. НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ, НАПРАВЛЕННОСТЬ (ПРОФИЛЬ) ПОДГОТОВКИ

Направление 01.06.01 «Математика и механика». Направленность (профиль) «Дискретная математика и математическая кибернетика» (01.01.09).

4. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина относится к обязательным математическим лекционным курсам образовательной программы и является обязательной для освоения во 2-м семестре обучения.

5. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ

Дисциплина участвует в формировании следующих компетенций образовательной программы:

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения
ПК-1 Владение современными методами построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также методами разработки и реализации алгоритмов их решения на основе фундаментальных знаний в области математики и информатики	З1 (ПК-1) Знать: современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения У1 (ПК-1) Уметь: применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения В1 (ПК-1) Владеть: навыками оптимального выбора современных методов построения и

	анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения
Способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных областях. (УК -1)	У1 (УК-1) УМЕТЬ: анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов В1(УК-1) ВЛАДЕТЬ: навыками анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях
Способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий (ОПК-1)	З1(ОПК-1) ЗНАТЬ: современные методы исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области У1(ОПК-1) УМЕТЬ: уметь самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий

Оценочные средства для промежуточной аттестации приведены в Приложении.

6. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Объем дисциплины составляет 3 зачетных единицы, всего 108 часов.

38 часов составляет контактная работа с преподавателем – 32 часа занятий лекционного типа, 0 часов занятий семинарского типа (семинары, научно-практические занятия, лабораторные работы и т.п.), 0 часов индивидуальных консультаций, 0 часов мероприятий текущего контроля успеваемости, 2 часа групповых консультаций, 4 часа мероприятий промежуточной аттестации.

70 часов составляет самостоятельная работа аспиранта.

7. ВХОДНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Учащиеся должны владеть знаниями по математическому анализу, линейной и общей алгебре, основам программирования и алгоритмам, дискретной математике и основам кибернетики в объеме, соответствующем основным образовательным программам бакалавриата и магистратуры по укрупненным группам направлений и специальностей 01.00.00 «Математика и механика», 02.00.00 «Компьютерные и информационные науки».

8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В процессе обучения используются слайды с лекциями.

9. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

В курсе рассматриваются основные разделы, относящиеся к дискретной математике: комбинаторика, графы, дискретные функции, автоматы и конечные поля и коды. Курс призван систематизировать знания слушателей в этих областях, показать их взаимосвязь с другими разделами математики и информатики и примеры применений. В части, относящейся к комбинаторике, рассматриваются основные комбинаторные объекты и числа, их оценки и асимптотики. Часть, посвященная графам, касается оценок числа графов определенных видов, планарности графов, экстремальных графов и теории Рамсея. В отдельной части рассматриваются вопросы представления дискретных функций различными способами, полнота и особенности многозначных логик. Курс затрагивает свойства конечных автоматов без выхода и с выходом, а также вопросы построения конечных полей и их свойства.

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),	Всего (часы)	В том числе	
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них	Самостоятельная работа обучающегося, часы из них

форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Групповые консультации	Индивидуальные консультации	Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, практические контрольные занятия и др)*	Всего	Выполнение домашних заданий	Подготовка рефератов и т.п..	Всего
Тема 1. Комбинаторика Основные комбинаторные числа. Оценки и асимптотики комбинаторных чисел. Размещения, перестановки, размещения с повторениями, сочетания, их число и рекуррентные формулы для них. Сочетания с повторениями. Теорема о числе сочетаний с повторениями. Оценки и асимптотики биномиальных коэффициентов. Оценки и асимптотики сумм биномиальных коэффициентов	8	4	-	-	-		4	4	-	4

<p>Тема 2. Графы</p> <p>Графы и сети. Оценка числа псевдографов с q ребрами. Оценка числа деревьев с q ребрами. Планарные графы. Формула Эйлера для планарных графов. Теорема о наибольшем числе ребер в планарном графе. Неplanарность графов K_5 и $K_{3,3}$. Теорема Понтрягина-Куратовского. Наследственные свойства графов. Теорема о числе ребер в графах с наследственным свойством. Теорема о числе ребер в графе без треугольников. Теорема Турана о числе ребер в графе без полного графа с n вершинами. Числа Рамсея. Оценки чисел Рамсея.</p>	12	6	-	-	-	-	6	6	-	6
<p>Тема 3. Многозначные логики</p> <p>Функции k-значной логики. Способы</p>	16	8	-	-	-	-	8	8	-	8

<p>представления k-значных функций: 1-я и 2-я формы, полиномы. Полные системы. Теорема о полноте системы Поста в k-значной логике. Теорема о существовании алгоритма распознавания полноты в k-значной логике. Классы функций, сохраняющих множество и сохраняющих разбиение, их замкнутость. Теорема Кузнецова о функциональной полноте. Существенные функции. Три леммы о существенных функциях. Теорема Яблонского. Теорема Слупецкого. Замкнутый класс и базис замкнутого класса. Теоремы Янова и Мучника о существовании в многозначных логиках замкнутых классов без</p>										
---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

базиса и со счетным базисом.										
Тема 4. Конечные автоматы Конечные автоматы без выхода, детерминированные и недетерминированные. Автоматные множества. Пример неавтоматного множества. Теорема о совпадении классов множеств слов, допускаемых конечными детерминированными и недетерминированными автоматами. Процедура детерминизации конечного автомата. Операции над автоматными множествами: дополнение, объединение, пересечение, произведение, итерация, их автоматность. Регулярные выражения и регулярные множества. Совпадение классов автоматных и регулярных	16	8	-	-	-	-	8	8	-	8

множеств. Конечные автоматы с выходом. Преобразование периодических последовательностей конечными автоматами с выходом. Отличимость состояний в конечных автоматах с выходом. Упрощение автоматов.										
Тема 5. Конечные поля Кольца, поля. Теорема о конечном целостном кольце. Характеристика кольца. Кольцо многочленов. Деление с остатком многочленов над полем. Неприводимые многочлены над полем. Поле остатков от деления на неприводимый многочлен над полем. Построение конечных полей. Вычисления в конечных полях. Свойства мультипликативной группы конечного поля. Произведение неприводимых	14	6	-	2	-	-	6	6	-	6

<p>многочленов степени, кратной n. Число неприводимых многочленов над простым полем. Расширения полей. Корни неприводимых многочленов над простым полем в его расширении. Существование и единственность поля с p^n элементами, где p - простое число, $n \geq 1$.</p>											
6. Промежуточная аттестация – устный экзамен	42	4					38				
Итого	108	38					70				

10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ УЧАЩИХСЯ

Самостоятельная работа учащихся состоит в изучении лекционного материала, учебно-методической литературы, подготовки к промежуточной аттестации.

Литература для самостоятельной работы студентов в соответствии с тематическим планом.

Тема 1 «Комбинаторика»

Тема 2 «Графы»

Тема 3 «Многозначные логики»

Тема 4 «Конечные автоматы»

Тема 5 «Конечные поля»

11. РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Основная литература

1. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М.: Высшая школа, 2001.
2. Алексеев В.Б. Лекции по дискретной математике. М.: ИНФРА-М, 2012.
3. Емеличев В.А., Мельников О.И., Сарванов В.И., Тышкевич Р.И. Лекции по теории графов. М.: Либроком, 2009.
4. Bondy J.A., Murty U.S.R. Graph theory. Springer, 2008.
5. Марченков С.С. Конечные автоматы. М.: Физматлит, 2008.
6. Лидл Р., Нидеррайтер Г. Конечные поля. М.: Мир, 1988.
7. Чашкин А.В. Лекции по дискретной математике. М.: Изд-во механико-математического факультета МГУ, 2007.

Дополнительная литература

1. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Задачи и упражнения по дискретной математике. М.: Физматлит, 2004.

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. <http://elibrary.ru>
2. www.scopus.com

Информационные технологии, используемые в процессе обучения

1. Программное обеспечение для подготовки слайдов лекций TeXnicCenter, LaTeX
2. Программное обеспечение для создания и просмотра pdf-документов Adobe Reader
3. Издательская система LaTeX

Активные и интерактивные формы проведения занятия

№ п/п	Тип занятия или внеаудиторной работы	Вид и тематика (название) интерактивного занятия
1	Лекции 1-16	Активное общение вида «вопрос-ответ» со слушателями во время лекций

Материально-техническая база

Для преподавания дисциплины требуется класс, оборудованный меловой или маркерной доской и проектором.

12. ЯЗЫК ПРЕПОДАВАНИЯ

Русский

13. РАЗРАБОТЧИК ПРОГРАММЫ, ПРЕПОДАВАТЕЛИ

доцент, д.ф.-м.н. Селезнева Светлана Николаевна

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

«Дискретные модели управляющих систем»

Средства для оценивания планируемых результатов обучения, критерии и показатели оценивания приведены ниже.

РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю)	КРИТЕРИИ и ПОКАЗАТЕЛИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю) <i>(критерии и показатели берутся из соответствующих карт компетенций, при этом пользуются либо традиционной системой оценивания, либо БРС)</i>					ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА
	1	2	3	4	5	
	Неудовлетворительно	Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично	
ЗНАТЬ: современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения З1 (ПК-1)	Отсутствие знаний	Фрагментарные представления о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения	В целом сформированные, но неполные знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения	Сформированные систематические знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения	Устный экзамен
УМЕТЬ:	Отсутствие умений	Фрагментарные	В целом	Успешное, но	Сформированное	Устный экзамен

<p>применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения У1 (ПК-1)</p>		<p>умения применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>успешное, но не систематическое умение применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>содержащее отдельные пробелы умение применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>умение применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	
<p>ВЛАДЕТЬ: навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>Отсутствие навыков</p>	<p>Фрагментарное владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>В целом успешное, но не полное владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных</p>	<p>Успешное, но содержащее отдельные пробелы владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также</p>	<p>Сформированное владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>Устный экзамен</p>

В1 (ПК-1)			методов разработки и реализации алгоритмов их решения	современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения		
УМЕТЬ критически анализировать и оценивать современные научные достижений, генерировать новые идеи при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных областях У1(УК-1)	Отсутствие умений	Фрагментарные умения критически анализировать и оценивать современные научные достижений, генерировать новые идеи при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных областях	В целом успешное, но не систематическое умение критически анализировать и оценивать современные научные достижений, генерировать новые идеи при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных областях	Успешное, но содержащее отдельные пробелы умение критически анализировать и оценивать современные научные достижений, генерировать новые идеи при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных областях	Сформированное умение критически анализировать и оценивать современные научные достижений, генерировать новые идеи при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных областях	Устный экзамен
ВЛАДЕТЬ: навыками анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях Код В1 (УК-1)	Отсутствие навыков	Фрагментарное применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач	В целом успешное, но не систематическое применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач	Успешное и систематическое применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях	доклад на научном семинаре
УМЕТЬ: самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую	Отсутствие умений	Частично освоенное умение самостоятельно осуществлять научно-	В целом успешное, но не систематическое умение самостоятельно	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение	Успешное и систематическое умение самостоятельно осуществлять	доклад на научном семинаре

деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий У1 (ОПК-1)		исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	
ЗНАТЬ: современные методы исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области З1(ОПК-1)	Отсутствие знаний	Фрагментарные представления современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области	В целом сформированные, но неполные знания о современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области	Сформированные систематические знания о современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области	доклад на научном семинаре

Фонды оценочных средств, необходимые для оценки результатов обучения

Список вопросов для устного экзамена.

1. Размещения, перестановки, размещения с повторениями, сочетания, их число и рекуррентные формулы для них. Сочетания с повторениями. Теорема о числе сочетаний с повторениями.

2. Поведение последовательности биномиальных коэффициентов. Верхняя оценка биномиального коэффициента. Асимптотика суммы биномиальных коэффициентов.
3. Граф. Оценка числа псевдографов с q ребрами. Оценка числа деревьев с q ребрами.
4. Планарный граф. Формула Эйлера для планарных графов. Непланарность графов K_5 и $K_{3,3}$. Теорема Понтрягина-Куратовского (только формулировка).
5. Наследственные свойства графов. Теорема о числе ребер в графах с наследственным свойством. Теорема о числе ребер в планарном графе.
6. Теорема о числе ребер в графе без треугольников. Теорема Турана о числе ребер в графе без полного графа с n вершинами.
7. Числа Рамсея. Верхняя и нижняя оценки чисел Рамсея.
8. Полная система. Теорема о представимости функций k -значной логики в 1-й форме. Теорема о полноте системы Поста в k -значной логике.
9. Полная система. Теорема о представимости функций k -значной логики во 2-й форме. Теорема о полноте системы полиномов.
10. Полная система. Теорема о существовании алгоритма распознавания полноты в k -значной логике.
11. Полная система. Замкнутый класс. Теорема Кузнецова о функциональной полноте.
12. Замкнутый класс. Классы функций, сохраняющих множество и сохраняющих разбиение, их замкнутость. Критерии их совпадения с P_k .
13. Существенные функции. Леммы о существенных функциях: лемма о трех наборах, основная лемма, лемма о квадрате.
14. Теорема Яблонского о полноте систем функций k -значной логики, содержащих все функции одной переменной, принимающие не более $(k-1)$ значений. Теорема Слупецкого.
15. Шефферовы функции. Критерий шефферовости.
16. Замкнутый класс и базис замкнутого класса. Теоремы Янова и Мучника о существовании в многозначных логиках замкнутых классов без базиса и со счетным базисом.
17. Детерминированные конечные автоматы без выхода, их функционирование и способы представления. Автоматные множества, лемма об их свойствах. Пример неавтоматного множества.
18. Недетерминированные конечные автоматы без выхода. Теорема о совпадении классов множеств слов, допускаемых конечными детерминированными и недетерминированными автоматами. Процедура детерминизации конечного автомата.
19. Операции над автоматными множествами: дополнение, объединение, пересечение, произведение и итерация, их автоматность.
20. Регулярные выражения и регулярные множества. Совпадение классов автоматных и регулярных множеств.
21. Детерминированные конечные автоматы с выходом, их функционирование и способы представления. Преобразование периодических последовательностей конечными автоматами с выходом.
22. Отличимость состояний в конечных автоматах с выходом. Теорема Мура о длине слова, отличающего два отличимые состояния конечного автомата. Упрощение автоматов.
23. Кольцо, поле. Теорема о конечном целостном кольце.

24. Кольцо, поле. Характеристика кольца.
25. Кольцо многочленов. Теорема о делении с остатком многочленов над полем.
26. Неприводимые многочлены над полем. Поле остатков от деления на неприводимый многочлен над полем. Построение конечных полей.
27. Вычисление в конечных полях. Нахождение обратного элемента в конечном поле.
28. Мультипликативная группа конечного поля и ее свойства.
29. Произведение неприводимых многочленов степени, кратной n . Число неприводимых многочленов над простым полем.
30. Расширения полей. Корни неприводимых многочленов над простым полем в его расширении. Существование и единственность поля с p^n элементами, где p - простое число, $n \geq 1$.

Материалы для мероприятий текущего контроля.

-

Методические материалы для проведения процедур оценивания результатов обучения

Особенности организации процесса обучения

Для эффективного освоения курса рекомендуется перед каждым занятием привести в порядок конспекты лекций. После каждого занятия рекомендуется найти и прочитать дополнительную литературу по теме лекции и прочитать свои конспекты.

Система контроля и оценивания

Экзамен проходит устно. В билете - два вопроса. Подготовка к ответу в течение одного часа, можно пользоваться любыми источниками. Ответ на билет у доски. Сначала аспирант выписывает на доске заметки к ответу, при этом можно пользоваться только своими записями, сделанными во время часа подготовки. После ответа на оба вопроса билета аспиранту предлагается дополнительный вопрос (определение, теорема, идея доказательства). Ответ на дополнительный вопрос - без источников.

Структура и график контрольных мероприятий

Устный экзамен в конце семестра.