

В.И.Дмитриев, Н.А.Мерщикова

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОЛЯ КАБЕЛЯ В ДВУМЕРНОЙ НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ *

Введение

В настоящее время развиваются электромагнитные методы геофизической разведки полезных ископаемых с использованием мощных удаленных источников поля. Таким источником может быть кабель большой длины, через который пропущен достаточно большой ток. Именно поэтому анализ полей кабеля имеет большое значение.

1. Постановка задачи

Рассмотрим двуслойную среду с проводимостью σ_1 и σ_2 , в которой имеются зоны неоднородности в первом слое $\sigma_n^{(1)}(y,z)$ и во втором слое $\sigma_n^{(2)}(y,z)$ (рис.1).

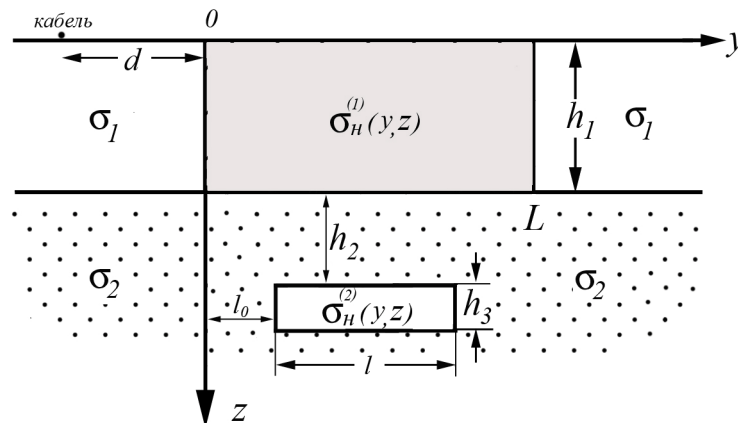


Рис.1. Модель строения среды.

По оси Ox параметры среды не изменяются. Если кабель с током I направлен по оси Ox , то возбуждаемое им поле в этой среде будет

*Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований проект 09-05-12016 офи-м и ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России" на 2009-2013 годы.

двумерным $\left(\frac{\partial}{\partial x} = 0\right)$. Тогда, согласно уравнениям Максвелла, получим уравнения для двумерного поля в виде:

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \sigma(y, z)E_x + j_x; \quad \frac{\partial E_x}{\partial z} = i\omega\mu H_y; \quad \frac{\partial E_x}{\partial y} = -i\omega\mu H_z, \quad (1)$$

где E_x – напряженность электрического поля, H_y, H_z – напряженности магнитного поля, ω – частота изменения поля, μ – магнитная проницаемость среды, $\sigma(y, z)$ – электропроводность среды, а $j_x = I\delta(y+d)\delta(z)$ – плотность тока в кабеле. Из (1) получаем поля, выраженные через функцию $u(y, z)$:

$$E_x = \frac{i\omega\mu I}{2\pi} u(y, z); \quad H_y = \frac{I}{2\pi} \frac{\partial u}{\partial z}; \quad H_z = \frac{I}{2\pi} \frac{\partial u}{\partial y}. \quad (2)$$

Функция $u(y, z)$ является решением уравнения:

$$\Delta u + k^2 u = -2\pi\delta(y+d)\delta(z); \quad k^2(y, z) = i\omega\mu\sigma(y, z). \quad (3)$$

Она непрерывна с непрерывными частными производными и убывает равномерно на бесконечности. Задача (3) легко сводится к интегральному уравнению, если известна функция Грина этой задачи.

2. Редукция к интегральному уравнению.

Пусть нам известна двумерная функция Грина $G(M, M_0)$ задачи (3) для слоистой среды, проводимость которой равна

$$\sigma_c(z) = \begin{cases} \sigma_0 \approx 0 & \text{при } z < 0, \\ \sigma_1 & \text{при } 0 < z < h_1, \\ \sigma_2 & \text{при } z > h_1. \end{cases}$$

Функция Грина является решением задачи:

$$\Delta G(M, M_0) + k_c^2(z)G(M, M_0) = -2\pi\delta(y - y_0)\delta(z - z_0) \quad (4)$$

при условии: $G(M, M_0)$ и $\frac{\partial G(M, M_0)}{\partial z}$ непрерывны на линиях разрыва

$\sigma_c(z)$ при $z = 0$ и $z = h_1$, а при $r = \sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow \infty$ $G(M, M_0) \rightarrow 0$.

Запишем уравнение (3) в виде:

$$\Delta u(y, z) + k_c^2(z)u(y, z) = -2\pi\delta(y+d)\delta(z) - (k^2(y, z) - k_c^2(z))u(y, z). \quad (5)$$

Тогда его решение с помощью функции Грина будет равно:

$$u(y, z) = G(M, M^*) + \frac{1}{2\pi} \int_S (k^2(y_0, z_0) - k_c^2(z_0)) G(M, M_0) u(M_0) ds_{M_0}, \quad (6)$$

где $M = (y, z)$ – точка определения поля, а $M^* = (-d, 0)$ – точка расположения кабеля, S – область неоднородности, где $k(y, z) \neq k_c(z)$.

При $M \in S$ из (6) получаем интегральное уравнение Фредгольма второго рода относительно $u(y, z)$.

Найдя $u(y, z)$ в области S , согласно(6), можно определить $u(y, z)$ в любой точке пространства. Тогда в соответствии с (2) находим выражения для компонент электромагнитного поля.

$$E_x(y, z) = \frac{i\omega\mu I}{2\pi} \left(G(M, M^*) + \frac{1}{2\pi} \int_S (k^2 - k_c^2) G(M, M_0) u(M_0) ds_{M_0} \right); \quad (7)$$

$$H_y(y, z) = \frac{I}{2\pi} \left(\frac{\partial G(M, M^*)}{\partial z} + \frac{1}{2\pi} \int_S (k^2 - k_c^2) \frac{\partial G(M, M_0)}{\partial z} u(M_0) ds_{M_0} \right); \quad (8)$$

$$H_z(y, z) = -\frac{I}{2\pi} \left(\frac{\partial G(M, M^*)}{\partial y} + \frac{1}{2\pi} \int_S (k^2 - k_c^2) \frac{\partial G(M, M_0)}{\partial y} u(M_0) ds_{M_0} \right). \quad (9)$$

3. Определение функции Грина.

Для кусочно-постоянной слоистой среды функция Грина легко определяется аналитически с помощью преобразования Фурье. Заметим, что функция Грина является четной по переменной $\xi = y - y_0$. Тогда она представима через косинус-преобразование Фурье:

$$G(y - y_0, z, z_0) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} g(z, z_0, \lambda) \cos \lambda(y - y_0) d\lambda, \quad (10)$$

$$g(z, z_0, \lambda) = \int_0^{\infty} G(y - y_0, z, z_0) \cos \lambda(y - y_0) d(y - y_0). \quad (11)$$

Применив к уравнению (4) косинус-преобразование, получим уравнение (12) для функции $g(z, z_0, \lambda)$.

$$\frac{d^2 g}{dz^2} - \eta^2(z)g = -\pi\delta(z - z_0), \quad \text{где } \eta(z) = \sqrt{\lambda^2 - k^2(z)}, \quad \text{Re}\eta > 0. \quad (12)$$

Функция $g(z, z_0, \lambda)$ непрерывна и имеет непрерывную производную за исключением точки z_0 , где производная терпит разрыв

$$g'(z, z_0, \lambda) \Big|_{z=z_0+0} - g'(z, z_0, \lambda) \Big|_{z=z_0-0} = -\pi. \quad (13)$$

При $|z| \rightarrow \infty$ функция $g(z, z_0, \lambda)$ стремится к нулю.

Так как функция $g(z, z_0, \lambda)$ зависит от положения точки z_0 , то рассмотрим два случая: $z_0 \in [0, h_1]$ и $z_0 \in [h_1, \infty]$.

1. Пусть $z_0 \in [0, h_1]$. Тогда решение уравнения (12) можно представить в виде:

$$g(z, z_0, \lambda) = \begin{cases} a_1(\lambda) \frac{\pi}{2\eta_1} e^{\eta_0 z} & \text{при } z \in (-\infty, 0], \\ \frac{\pi}{2\eta_1} \left[e^{-\eta_1 |z-z_0|} + a_2(\lambda) e^{-\eta_1 z} + a_3(\lambda) e^{\eta_1 z} \right] & \text{при } z \in [0, h_1], \\ a_4(\lambda) \frac{\pi}{2\eta_1} e^{-\eta_2(z-h_1)} & \text{при } z \in [h_1, \infty). \end{cases} \quad (14)$$

где $\eta_0 = \sqrt{\lambda^2 - k_0^2}$, $\eta_1 = \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}$, $\eta_2 = \sqrt{\lambda^2 - k_2^2}$.

Из условия непрерывности $g(z, z_0, \lambda)$ и $g'(z, z_0, \lambda)$ при $z=0$, $z=h_1$ получаем уравнения для определения $\{a_i(\lambda)\}$:

$$\begin{aligned} a_1 &= e^{-\eta_1 z_0} + a_2 + a_3; & \eta_0 a_1 &= \eta_1 (e^{-\eta_1 z_0} - a_2 + a_3); \\ a_4 &= e^{-\eta_1(h_1-z_0)} + a_2 e^{-\eta_1 h_1} + a_3 e^{\eta_1 h_1}; & \eta_2 a_4 &= \eta_1 (e^{-\eta_1(h_1-z_0)} + a_2 e^{-\eta_1 h_1} - a_3 e^{\eta_1 h_1}). \end{aligned}$$

Из первых двух уравнений находим

$$a_2 = q_{10} (a_3 + e^{-\eta_1 z_0}), \quad q_{10} = \frac{\eta_1 - \eta_0}{\eta_1 + \eta_0}, \quad (15)$$

а из второй пары уравнений получаем

$$a_3 = q_{12} (e^{-\eta_1(2h_1-z_0)} + a_2 e^{-2\eta_1 h_1}), \quad q_{12} = \frac{\eta_1 - \eta_2}{\eta_1 + \eta_2}. \quad (16)$$

Из (15-16) находим окончательно

$$a_2 = \frac{q_{10} e^{-\eta_1 z_0} (1 + q_{12} e^{-2\eta_1(h_1-z_0)})}{1 - q_{10} q_{12} e^{-2\eta_1 h_1}}; \quad a_3 = \frac{q_{12} e^{-\eta_1(2h_1-z_0)} (1 + q_{10} e^{-2\eta_1 z_0})}{1 - q_{10} q_{12} e^{-2\eta_1 h_1}}. \quad (17)$$

Откуда получаем

$$a_4 = \frac{(1 + q_{12}) e^{-\eta_1(h_1 - z_0)} (1 + q_{10} e^{-2\eta_1 z_0})}{1 - q_{10} q_{12} e^{-2\eta_1 h_1}}. \quad (18)$$

Подставив (14) в (10), получим функцию Грина при $z_0 \in [0, h_1]$ в виде:

при $z \in [0, h_1]$

$$G(M, M_0) = G_{11}(M, M_0) = \int_0^\infty \cos \lambda(y - y_0) e^{-\eta_1 |z - z_0|} \frac{d\lambda}{\eta_1} + \int_0^\infty \cos \lambda(y - y_0) (a_2(\lambda) e^{-\eta_1 z} + a_3(\lambda) e^{\eta_1 z}) \frac{d\lambda}{\eta_1}, \quad (19)$$

при $z \in [h_1, \infty]$

$$G(M, M_0) = G_{12}(M, M_0) = \int_0^\infty \cos \lambda(y - y_0) e^{-\eta_2(z - h_1)} a_4(\lambda) \frac{d\lambda}{\eta_1}, \quad (20)$$

где $a_2(\lambda)$, $a_3(\lambda)$ и $a_4(\lambda)$ определены формулами (17-18).

2. Рассмотрим теперь случай, когда $z_0 \in [h_1, \infty]$. В этом случае решение уравнения (12) можно представить в виде:

$$g(z, z_0, \lambda) = \begin{cases} b_1(\lambda) \frac{\pi}{2\eta_2} e^{\eta_0 z} & \text{при } z \in (-\infty, 0], \\ \frac{\pi}{2\eta_2} [b_2(\lambda) e^{-\eta_1 z} + b_3(\lambda) e^{\eta_1 z}] & \text{при } z \in [0, h_1], \\ \frac{\pi}{2\eta_2} (e^{-\eta_2 |z - z_0|} + b_4(\lambda) e^{-\eta_2(z - h_1)}) & \text{при } z \in [h_1, \infty). \end{cases} \quad (21)$$

Из условия непрерывности $g(z, z_0, \lambda)$ и $g'(z, z_0, \lambda)$ при $z = 0$, $z = h_1$ получим уравнение для определения $\{b_i(\lambda)\}$:

$$\begin{aligned} b_1 &= b_2 + b_3; & \eta_0 b_1 &= \eta_1 (-b_2 + b_3); \\ b_2 e^{-\eta_1 h_1} + b_3 e^{\eta_1 h_1} &= e^{-\eta_2(z_0 - h_1)} + b_4; & \eta_1 (-b_2 e^{-\eta_1 h_1} + b_3 e^{\eta_1 h_1}) &= \eta_2 (e^{-\eta_2(z_0 - h_1)} - b_4). \end{aligned}$$

Из полученной первой пары уравнений легко находим

$$b_2 = q_{10} b_3; \quad q_{10} \frac{\eta_1 - \eta_0}{\eta_1 + \eta_0};$$

а из второй пары уравнений получаем

$$(\eta_2 - \eta_1)e^{-\eta_1 h_1} b_2 + (\eta_2 + \eta_1)e^{\eta_1 h_1} b_3 = 2\eta_2 e^{-\eta_2(z_0 - h_1)}.$$

Полученные уравнения позволяют определить

$$b_2 = \frac{2q_{10}\eta_2 e^{-\eta_1 z_0}}{(\eta_1 + \eta_2)(1 - q_{10}q_{12}e^{-2\eta_1 h_1})}; \quad b_3 = \frac{2\eta_2 e^{-\eta_1 z_0}}{(\eta_1 + \eta_2)(1 - q_{10}q_{12}e^{-2\eta_1 h_1})}, \quad (22)$$

затем находим

$$b_4 = -e^{-\eta_1(z_0 - h_1)} + \frac{2\eta_2 e^{-\eta_1 z_0} (e^{\eta_1 h_1} + q_{10}e^{-\eta_1 h_1})}{(\eta_1 + \eta_2)(1 - q_{10}q_{12}e^{-2\eta_1 h_1})}. \quad (23)$$

Подставив (21) в (10), определим функцию Грина при $z_0 \in [h_1, \infty]$:

при $z \in [0, h_1]$

$$G(M, M_0) = G_{21}(M, M_0) = \int_0^\infty \cos \lambda(y - y_0) (b_2(\lambda)e^{-\eta_2 z} + b_3(\lambda)e^{\eta_2 z}) \frac{d\lambda}{\eta_2}, \quad (24)$$

при $z \in [h_1, \infty]$

$$G(M, M_0) = G_{22}(M, M_0) = \int_0^\infty \cos \lambda(y - y_0) e^{-\eta_2|z - z_0|} \frac{d\lambda}{\eta_2} + \int_0^\infty \cos \lambda(y - y_0) e^{-\eta_2(z - h_1)} b_4(\lambda) \frac{d\lambda}{\eta_2}. \quad (25)$$

Функции $b_2(\lambda)$, $b_3(\lambda)$ и $b_4(\lambda)$ определяются по формулам (22-23). Индексы у функции Грина $G_{ij}(M, M_0)$ означают принадлежность точек M и M_0 соответственно i -му и j -му слою.

4. Решение интегрального уравнения.

Применим интегральное уравнение (6) к нашей модели двух неоднородностей в двуслойной среде (рис.1). Тогда, обозначив решение в первой неоднородности $u_1(M)$, а во второй $u_2(M)$, получим систему интегральных уравнений:

$$\begin{aligned}
u_1(M) - \frac{1}{2\pi} \int_{S_1} v_1(M_0) G_{11}(M, M_0) u_1(M_0) ds_{M_0} - \\
- \frac{1}{2\pi} \int_{S_2} v_2(M_0) G_{12}(M, M_0) u_2(M_0) ds_{M_0} = f_1(M), \quad M \in S_1, \\
u_2(M) - \frac{1}{2\pi} \int_{S_1} v_1(M_0) G_{21}(M, M_0) u_1(M_0) ds_{M_0} - \\
- \frac{1}{2\pi} \int_{S_2} v_2(M_0) G_{22}(M, M_0) u_2(M_0) ds_{M_0} = f_2(M), \quad M \in S_2,
\end{aligned} \tag{26}$$

где $v_1(M_0) = k_{n1}^2(M_0) - k_1^2$, $v_2(M_0) = k_{n2}^2(M_0) - k_2^2$,

$k_{n1}^2(M_0) = i\omega\mu\sigma_n^{(1)}(M_0)$, $k_{n2}^2(M_0) = i\omega\mu\sigma_n^{(2)}(M_0)$, а правые части равны

$$f_1(M) = G_{11}(M_0, M^*), \quad f_2(M) = G_{12}(M_0, M^*), \quad M^* = (-d, 0).$$

Численное решение системы (26) существенно зависит от цели математического моделирования, которая определяет конкретное строение среды. Рассмотрим основные модели, которые используются при математическом моделировании электромагнитных зондирований.

1. Модель геофизической электроразведки.

Это наиболее простая модель, в которой неоднородность во втором слое имеет произвольную форму и постоянную электропроводность. В первом слое могут быть только мелкие неоднородности, моделирующие геологический шум. Цель моделирования – оценка влияния мелких неоднородностей на электромагнитное зондирование и изучение измеряемого поля в зависимости от формы неоднородности во втором слое.

2. Модель глубинной геоэлектрики.

В этой модели источником поля является плоская волна, нормально падающая на среду, где в первом слое проводимость может изменяться вдоль земной поверхности, а неоднородность во втором слое находится на большой глубине и имеет большие размеры. Обычно глубинная неоднородность состоит из ряда блоков с постоянной электропроводностью. Цель моделирования – оценка характерных особенностей электромагнитного поля в зависимости от строения неоднородной зоны.

3. Модель морских электромагнитных зондирований.

В этой модели неоднородностью в первом слое является море. В верхней части море однородно и хорошо проводящее, а в нижней части может быть неоднородным из-за шельфа и донных осадков. Неоднородность во втором слое под морским дном описывает залежь полезных ископаемых.

В настоящей работе мы сделаем упор на модели морских электромагнитных зондирований. Математическое моделирование в этом случае отличается рядом характерных особенностей, анализ которых важен для построения эффективных методов решения прямых и обратных задач морских электромагнитных зондирований. Наиболее интересным является возможность расчета аномального поля от неоднородности во втором слое итерационным методом.

Запишем компоненты электромагнитного поля (7)-(9) в следующем виде:

$$E_x(y, z) = E_x^N(y, z) + E_x^a(y, z);$$

$$H_y(y, z) = H_y^N(y, z) + H_y^a(y, z);$$

$$H_z(y, z) = H_z^N(y, z) + H_z^a(y, z).$$

$E_x^N(y, z)$, $H_y^N(y, z)$, $H_z^N(y, z)$ – компоненты поля кабеля в слоистой среде без неоднородностей, $E_x^a(y, z)$, $H_y^a(y, z)$, $H_z^a(y, z)$ – компоненты аномального поля, вызванного наличием неоднородностей.

5. Анализ электромагнитных полей.

Рассмотрим вначале модель (рис.1) без нижней неоднородности, а неоднородность в первом слое описывает море. В дальнейшем будем называть эту модель “море”. Сначала изучим, как влияет правый берег моря ($y = L$) на измерения поля в области $0 < y < Y_u$, $z = 0$, где Y_u есть расстояние, до которого проводятся измерения. Для этого вычислим аномальное электрическое поле для модели “море” при различных значениях L . Анализ влияния протяженности неоднородности L на электромагнитное поле позволил получить оценки для оптимального выбора значения L , при котором отсутствует влияние правого берега на измерения в выбранной области. Для всех приведенных далее расчетов параметры модели “море” выбраны следующим образом: $d/h_1=100$, $\sigma_2/\sigma_1=0.1$, $\sigma_n^{(1)}/\sigma_1=100$. В качестве частотного параметра выбрана величина Λ_1/h_1 (отношение длины волны Λ_1 в первом слое к его мощности h_1).

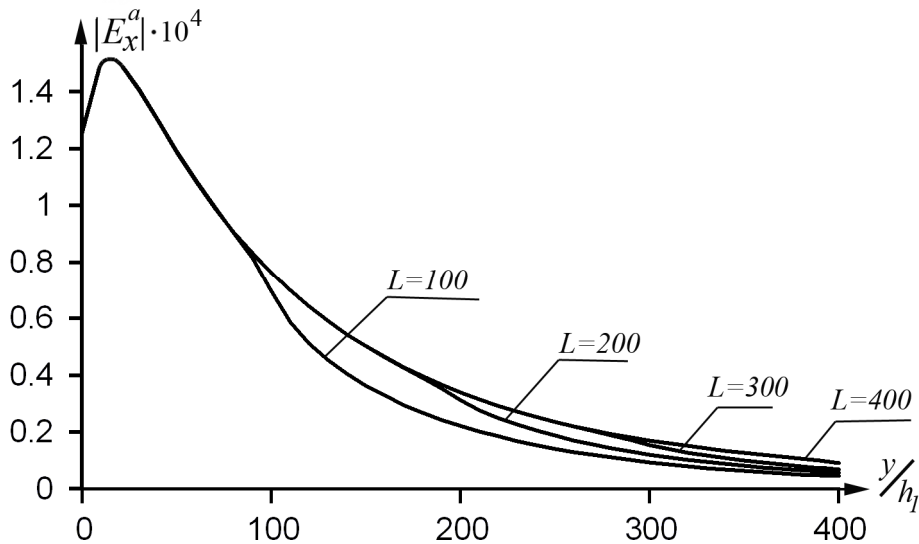


Рис.2. Модуль аномального электрического поля в зависимости от y/h_1 при $z=0$, $\Lambda_1/h_1=200$.

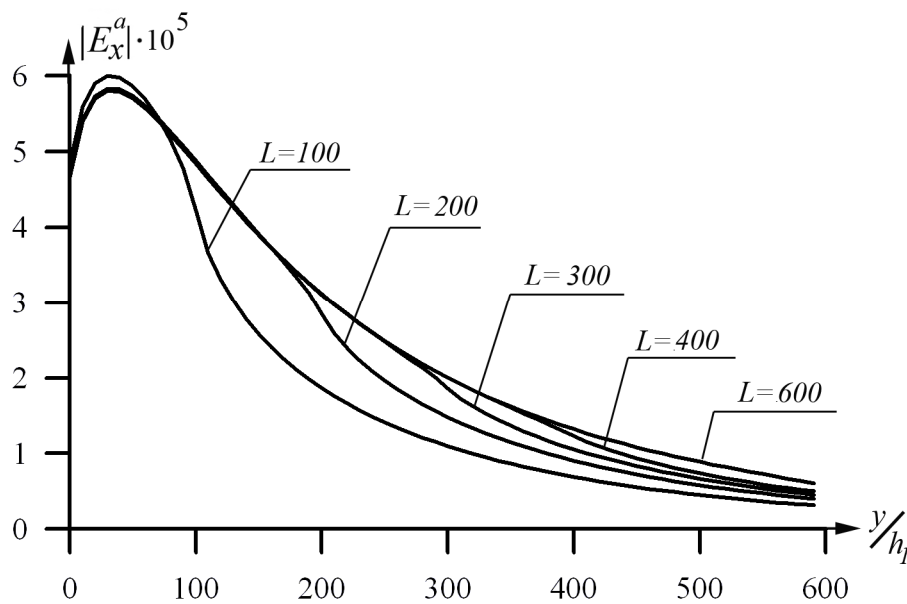


Рис.3. Модуль аномального электрического поля в зависимости от y/h_1 при $z=0$, $\Lambda_1/h_1=400$.

На рис.2 и рис.3 приведены графики модуля аномального электрического поля, рассчитанного для модели “море” в зависимости от y/h_1 при различных значениях протяженности неоднородности L . На рис.2 значение частотного параметра $\Lambda_1/h_1=200$, на рис.3 $\Lambda_1/h_1=400$. Можно видеть, что при $L \geq 200$ поле в интервале $0 < y < L$ практически не зависит от правого берега. Поэтому при вычислении поля в области

$0 < y < Y_u$ размер вставки, моделирующей море, достаточно взять больше Y_u .

Интерпретация морских электромагнитных зондирований должна проходить с учетом влияния берегового эффекта, вносящего весьма существенные искажения в электромагнитное поле вблизи берега. Эти искажения могут быть ошибочно интерпретированы как наличие неоднородностей среды. В связи с этим важным является вопрос, как быстро поле на дне моря выходит в асимптотическую зону. Для этого были проведены расчеты импеданса $Z = E_x/H_y$ на морском дне в зависимости от y/h_1 для различных значений частотного параметра Λ_1/h_1 . На рис.4 приведены графики модуля импеданса полного поля кабеля в зависимости от y/h_1 при различных значениях частотного параметра Λ_1/h_1 .

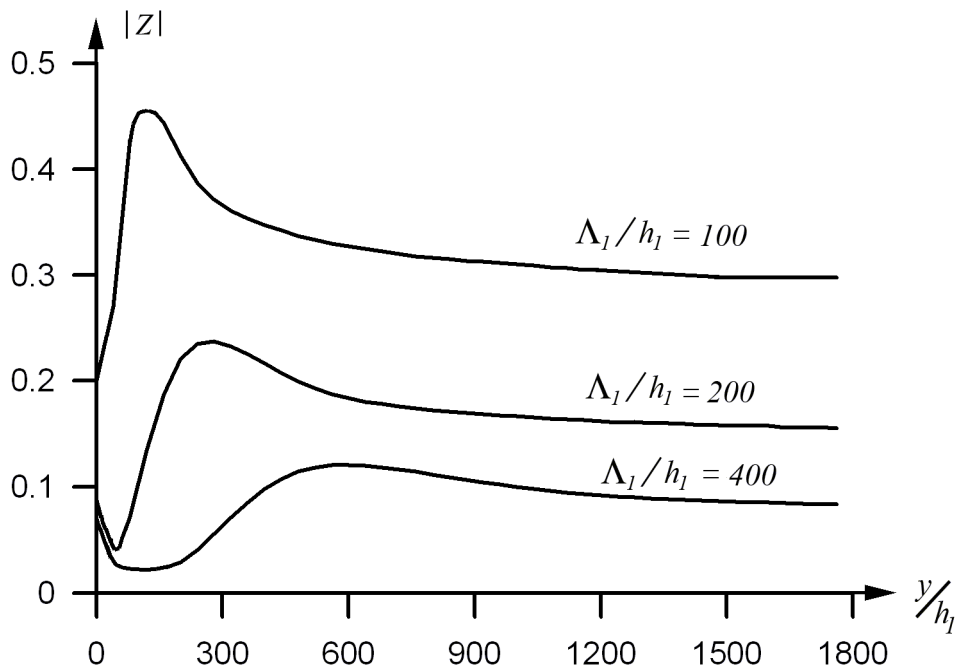


Рис.4. Модуль импеданса полного поля кабеля на морском дне.

Легко видеть, что достаточно быстро импеданс выходит на постоянное значение. Этот выход зависит от частоты поля. Для оценки асимптотики полей вычислим функции $e_x = y^2 |E_x|$ и $h_y = y^2 |H_y|$, которые приведены на рис.5 и рис.6 соответственно в зависимости от y/h_1 при различных значениях параметра Λ_1/h_1 .

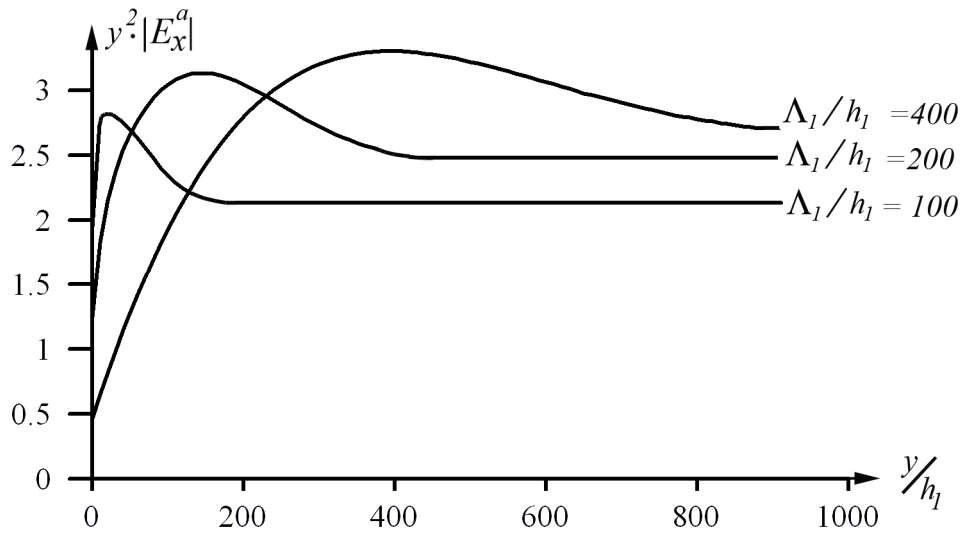


Рис.5

Видно, что, начиная с некоторого значения y/h_1 , все графики выходят на свои асимптотические значения, причем начало выхода поля на асимптоту и ее величина зависят от Λ_1/h_1 .

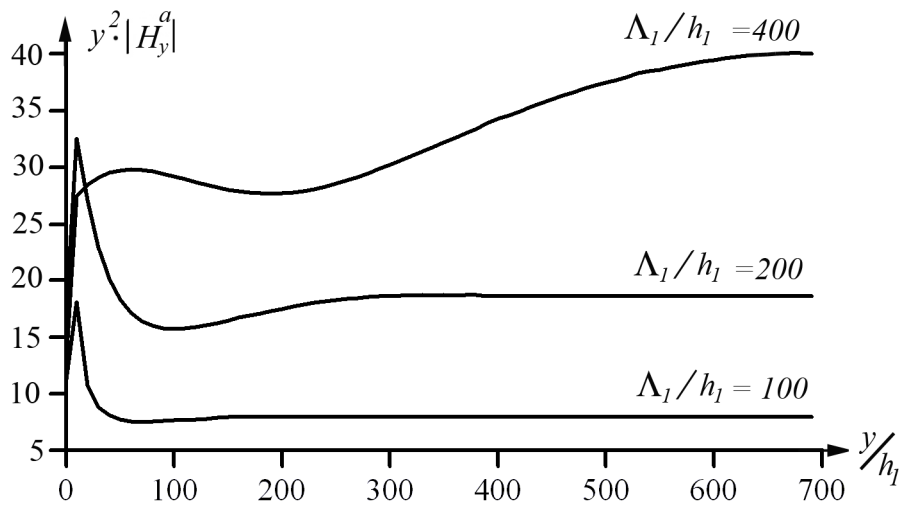


Рис.6

Рассмотрим теперь электромагнитное поле при наличии под дном моря неоднородности (модель на рис.1). В случае двух неоднородностей для вычисления электромагнитного поля необходимо решить систему двух интегральных уравнений (26), описывающую распределения тока на неоднородностях. Для повышения эффективности расчета электромагнитного поля предлагается решать систему интегральных уравнений (26) с помощью итерационного метода. Суть этого метода состоит в том, что

электрический ток на неоднородностях находят не как решение системы интегральных уравнений, а ток на каждой из неоднородностей рассчитывается отдельно как решение интегрального уравнения, правая часть которого учитывает влияние другой неоднородности. Первым шагом в этом процессе является расчет тока на первой неоднородности без учета второй. Затем ток на второй неоднородности вычисляют, учитывая поправку, внесенную в правую часть током на первой неоднородности. Далее можно уточнить ток на первой неоднородности, а далее снова на второй и т.д. пока результат, представляющий собой расчет электромагнитного поля на морском дне, не достигнет желаемой точности.

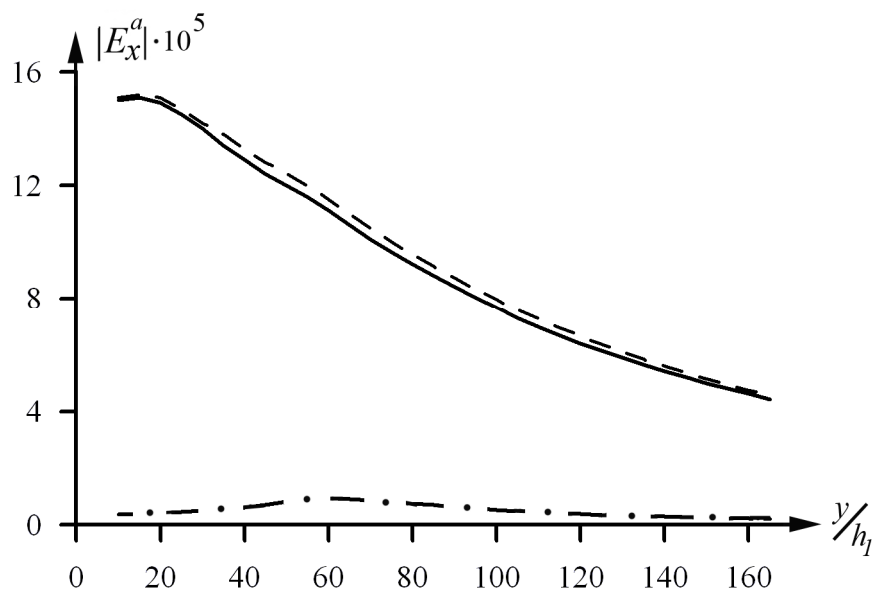


Рис.7

Проиллюстрируем эффективность применения итерационного процесса для исследуемой модели морских зондирований. На рис.7 представлены графики модуля электрического поля на морском дне при $\Lambda_1 / h_1 = 200$ как функции y/h_1 для различных итераций. Параметры модели, выбраны следующим образом: $h_2 / h_1 = 3$, $h_3 / h_1 = 2$, $l_0 / h_1 = 50$, $l / h_1 = 50$, $\sigma_n^{(2)} / \sigma_1 = 50$. Сплошной линией представлены расчеты аномального электрического поля на морском дне для случая, когда ток на неоднородностях находят как полное решение системы интегральных уравнений. Нижняя кривая (пунктир с точкой) – это аномальное электрическое поле, возникающее на морском дне только от влияния нижней неоднородности, на которой электрический ток рассчитан с учетом влияния первой неоднородности. Пунктирная линия – это электрическое поле, вычисленное по току,

найденному с помощью двух шагов итерационного процесса. Легко видеть, что уже первые два шага итерационного процесса хорошо приближают точное решение. Это связано с тем, что первая неоднородность (море) значительно больше и имеет большую проводимость по сравнению с неоднородностью под морским дном. Это приводит к тому, что море оказывает сильное влияние на распределение тока во второй неоднородности, а вторая неоднородность очень слабо влияет на распределение тока в море. В результате при решении обратной задачи, когда рассматриваются различные модели неоднородности под морским дном, достаточно один раз рассчитать электрическое поле в море, а затем рассматривать поля от второй неоднородности при фиксированном распределении тока в море. Это существенно ускоряет как процесс вычисления измеряемого поля на морском дне, так и решение обратной задачи.

Большой практический интерес представляет исследование влияния неоднородностей, расположенных в морском дне на поля, рассчитанные для модели “море”. Как следует из рис.7, электрическое поле слабо зависит от неоднородности, расположенной в морском дне. На рис.8 приведены графики модуля аномального магнитного поля $H_y^a(y, z)$, рассчитанные при $\Lambda_1/h_1=200$ на морском дне $z=h_1$, при следующих значениях параметров модели: $h_2/h_1=3$, $h_3/h_1=2$, $l_0/h_1=50$, $l/h_1=50$, $\sigma_n^{(2)}/\sigma_1=50$. Пунктирной линией показано поле, рассчитанное для модели “море”, сплошной – поле, при наличии в модели “море” неоднородности, расположенной под морским дном ($h_2 > h_1$). На рисунке вдоль оси Oy для наглядности отмечена область расположения нижней неоднородности.

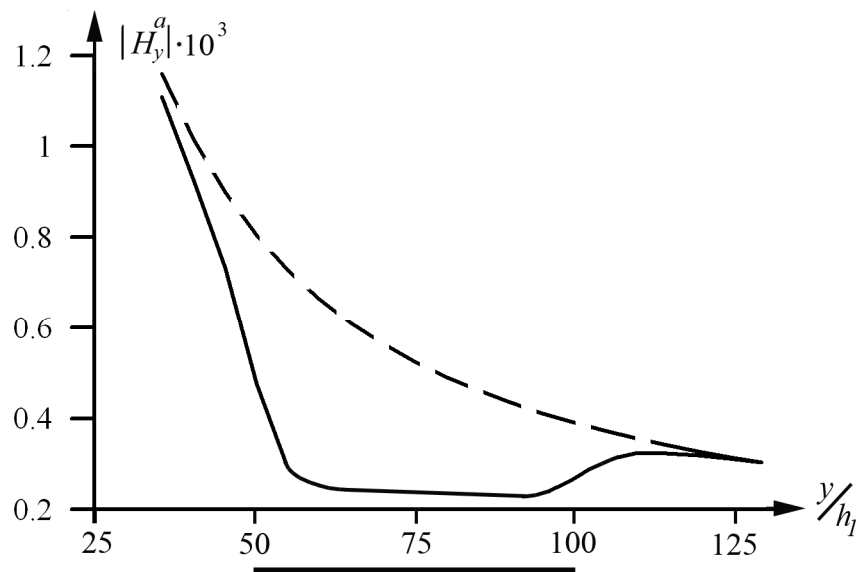


Рис.8

Видно, что $|H_y^a|$ сильно реагирует на наличие нижней неоднородности, причем скачкообразное изменение поля в районе неоднородности хорошо описывает ее положение вдоль оси Oy .

Известно, что хорошую разрешающую способность при зондировании локально-неоднородных сред имеют относительные характеристики электромагнитного поля. Рассмотрим относительное магнитное поле

$$W(y, z) = \frac{H_z^a(y, z)}{H_y^a(y, z)}.$$

На рис.9 и рис.10 приведены соответственно действительная и мнимая части $W(y, h_1)$ при $\Lambda_1 / h_1 = 200$, рассчитанные на морском дне при следующих значениях параметров неоднородности в морском дне: $h_2 / h_1 = 4$, $h_3 / h_1 = 4$, $l_0 / h_1 = 50$, $l / h_1 = 100$, $\sigma_n^{(2)} / \sigma_1 = 50$. Пунктирной линией показано относительное магнитное поле для модели “море”, сплошной – для модели “море” с неоднородным включением, расположенным под морским дном. Как и ранее (рис.8), на рисунках отмечается положение этого включения вдоль направления Y . Можно видеть, что относительное магнитное поле не только указывает на наличие неоднородного включения в морском дне, но и четко определяет его горизонтальное положение.

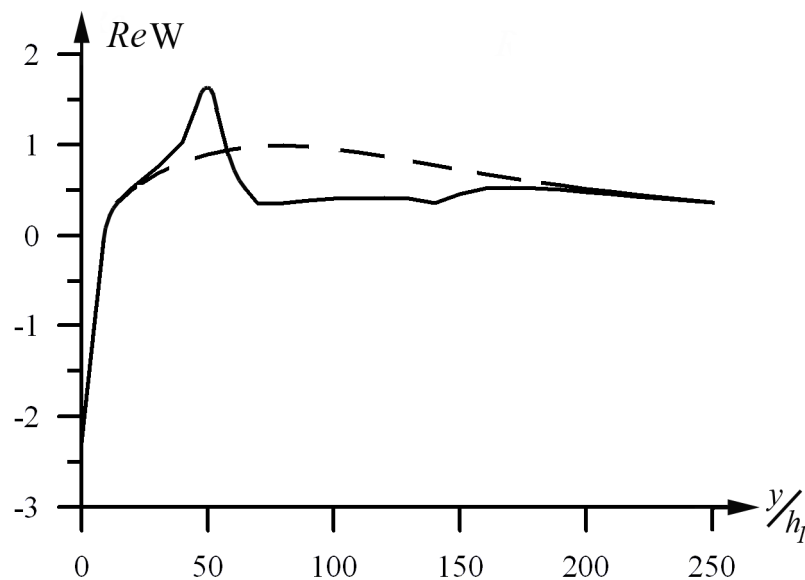


Рис.9

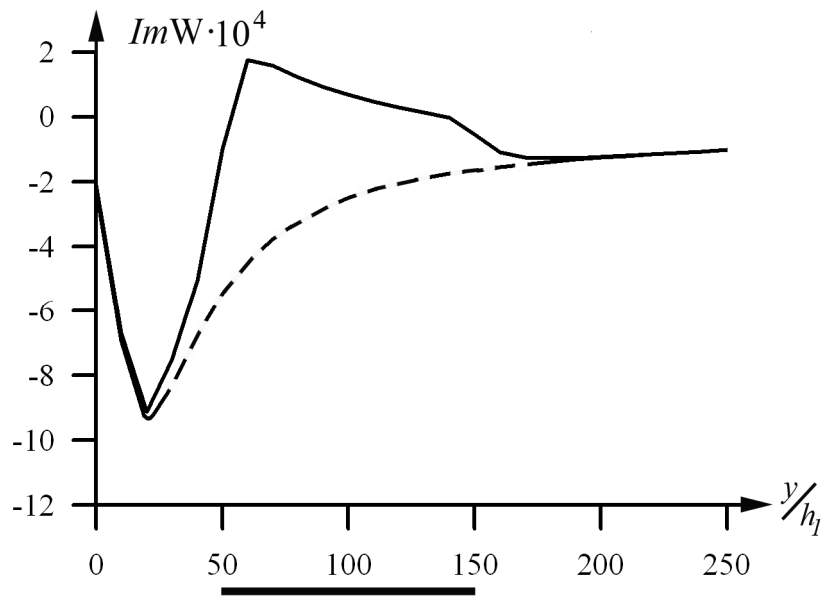


Рис.10

Изучение $W(y, h_1)$ в зависимости от частоты поля позволяет определить глубину залегания и параметры неоднородности под морским дном, что и является задачей электромагнитных зондирований.

Заключение

В результате проведенных исследований разработан и реализован метод математического моделирования электромагнитных полей в двумерных неоднородных средах. Рассмотрена модель двуслойной среды с произвольными неоднородностями электропроводности в первом и во втором слоях. В качестве источника был выбран кабель, расположенный вдоль оси Ox . Численные исследования проводились для морских электромагнитных зондирований, так как эти задачи в настоящее время наиболее актуальны при поисках месторождений нефти и газа в шельфовой зоне северных морей России.

Показано, что интерпретация морских электромагнитных зондирований должна проходить с учетом влияния берегового эффекта, вносящего весьма существенные искажения в электромагнитное поле вблизи берега. Эти искажения могут быть ошибочно интерпретированы как наличие неоднородностей среды. Для анализа влияния моря на аномальное электромагнитное поле был разработан итерационный процесс, позволяющий рассчитывать ток в море единственный раз, а затем учитывать влияние этого тока при анализе полей от неоднородностей, находящихся под морским дном. Получены оценки влияния берега моря на морские зондирования. Показано, что наиболее информативным является магнитное поле, измеренное на морском дне.

Литература

4. Барашков И.С., Дмитриев В.И., Мардерфельд Б.Е., Мерщикова Н.А. Численный анализ влияния берегового эффекта на МТ-зондирования // Библиотека программ по геофизике: Методы и алгоритмы. Изд-во МГУ. 1983. С.39-50.
5. Барашков А.С., Яковлев А.Г. Береговой эффект в магнитотеллурике //Физика Земли. 1989. №5. С. 103–107.
6. Дмитриев В.И. Электромагнитные поля в неоднородных средах. М.: Изд-во МГУ. 1969. 131 с.
7. Дмитриев В.И., Белкин П.С., Мерщикова Н.А. Метод интегральных уравнений в моделировании двумерных задач геоэлектрики. Прикладная математика и информатика №18/ М.: Изд-во факультета ВМиК МГУ. 2004. С. 5-16.
8. Дмитриев В.И., Мерщикова Н.А. Математическое моделирование морских магнитотеллурических зондирований. Прикладная математика и информатика №29/ М.: Изд-во факультета ВМиК МГУ. 2008. С.19-28.
9. Zhdanov, M. S., V. I. Dmitriev, and A. Gribenko, A., Integral electric current method in 3-D electromagnetic modeling for large conductivity contrast: IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing: 2007, 45 (5), 1282-1290.