***В.И. Дмитриев, Е.С. Куркина***

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕМОГРАФИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

## Введение

Почти все время своего существования человечество развивалось экстенсивным способом, осваивая новые территории, открывая новые знания и создавая новые технологии. Экстенсивный способ развития основывался, прежде всего, на быстро растущем населении Земли. За последние двести лет наблюдалось особенно резкое увеличение численности населения Земли, которое было охарактеризовано, как *демографический взрыв.* Небывалые успехи медицины привели к стремительному снижению смертности и росту продолжительности жизни во всем мире, а это в свою очередь привело к беспрецедентному росту населения планеты. Население планеты, которое в 1800 году не достигало еще 1 млрд. человек, к 1900 году выросло до 1650 млн, а к началу 2000 г. достигло 6 млрд. Исследования ученых показали, что население Земли, росло *в режиме с обострением. Закон гиперболического роста* численности населения Земли был открыт в 1960г. фон Форстером, П. Мора и Л. Амиотом (von Foerster, Mora, Amiot) в результате статистической обработки демографических данных за большой период [1]:

$$N(t)=\frac{C}{T_0-t}, \tag{1}$$

где $C$ и $T_0$ – константы, а время $t$ выражено в годах от Р.Х. По уточненным данным [2] константы имеют значения: $T_0 = 2025$ г., $C = 200$ млрд. [человек×годы].

Из формулы (1) получаем

$$\frac{dN}{dt} = \frac{C}{(T_0 - t)^2} = \frac{1}{C} \cdot N^2.$$

Это означает, что мы имеем

$$\frac{dN}{dt} = \alpha(N)N, \quad \alpha(N) = \frac{N}{C}, \tag{2}$$

где коэффициент роста $\alpha(N)$ растет пропорционально численности населения $N(t)$. Решением уравнения (2) является функция (1), которая показывает, что имеет место взрывной рост в режиме обострения, при котором численность населения возрастает неограниченно при $t \to T_0 = 2025$ г. Эта стадия развития получила название "демографический взрыв".

Однако уже в конце XX века рост населения замедлился и начался так называемый "демографический переход". Это явление выражается в снижении темпов прироста и стремлении численности населения к постоянному значению $N_0$. В этом случае мы получаем логистическое уравнение, в котором коэффициент роста имеет вид:

$$\alpha(t) = \alpha_0 (N_0 - N). \tag{3}$$

Таким образом, можно считать, что демографический процесс проходит три стадии развития:

– стадия экспоненциального роста (до XVIII века);

– стадия демографического взрыва (XIX-XX века);

– стадия демографического перехода (после XXвека).

Ниже будет показано, что все три стадии можно описать единой нелинейной математической моделью.

## 1. Нелинейная математическая модель демографии

В общем случае изменение численности населения определяется разностью между числом родившихся и числом умерших особей, и подчиняется уравнению:

$$\frac{dN}{dt} = r(t)N - s(t)N, \tag{4}$$

где $r(t)$ – коэффициент рождаемости, а $s(t)$ – коэффициент смертности.

Уравнение (4) вытекает из биологического закона развития, при котором число родившихся особей и число умерших в единицу времени пропорционально численности популяции. Удачная экстраполяция коэффициентов рождаемости и смертности дает возможность делать прогнозы численности населения в рассматриваемом регионе. Однако, в настоящее время актуальны более точные математические модели, в которых коэффициенты $r(t)$ и $s(t)$ зависят от уровня развития цивилизации. Следовательно, надо учитывать развитие экономики, культуры и технологий на демографию. Это приводит к глобальной математической модели, связывающей различные процессы, происходящие в человеческом обществе. Однако, если мы хотим остаться в рамках только демографии, то можно связать коэффициенты рождаемости и смертности только с численностью населения $N(t)$, которая косвенно связана с уровнем развития цивилизации.

Так как рождаемость и смертность с развитием цивилизации уменьшаются, то мы можем их представить в виде:

$$r(t,N) = \beta_r(t) - \gamma_r(t)N(t); \quad s(t) = \beta_s(t) - \gamma_s(t)N(t). \tag{5}$$

Коэффициенты $\beta_r$, $\gamma_r$, $\beta_s$ и $\gamma_s$ положительны и в каждой стадии развития могут считаться постоянными. В результате имеем:

1. Стадия экспоненциального роста.

$$\beta_r(t) - \beta_s(t) = \alpha_0 = const > 0, \ \gamma_r(t) = \gamma_s(t),$$

т.е. развитие цивилизации практически не влияет на рост численности, и мы имеем уравнение:

$$\frac{dN}{dt} = \alpha N, \quad N(t) = N(t = t_0)e^{\alpha(t-t_0)}. \tag{6}$$

2. Стадия демографического взрыва.

$$\beta_r(t) - \beta_s(t) = \alpha_0 = const > 0, \quad \gamma_s(t) - \gamma_r(t) = \delta = const > 0,$$

т.е. развитие цивилизации существенно сказывается на росте численности населения, причем падение смертности с ростом $N(t)$ существенно опережает падение рождаемости $(\gamma_s > \gamma_r)$. Это приводит к уравнению типа (2):

$$\frac{dN}{dt} = \alpha_0 N + \delta N^2. \qquad (7)$$

При $\alpha_0 = 0$, что означает $\alpha_0 N \ll \delta N^2$, уравнение (7) совпадает с (2) и мы имеем решение

$$N(t) = \frac{N(t = t_0)(T_0 - t_0)}{\delta(T_0 - t)}; \quad t_0 \le t < T_0. \qquad (8)$$

Уравнение (7) можно решить аналитически и при $\alpha_0 \ne 0$. В общем случае решение имеет вид:

$$N(t) = \frac{N(t = t_0)}{(1+k)e^{-\alpha_0(t-t_0)} - k}; \quad k = \frac{\delta}{\alpha_0} N(t = t_0). \qquad (9)$$

3. Стадия демографического перехода.

Здесь

$$\beta_r - \beta_s = \alpha_1 = const > 0, \quad \gamma_s - \gamma_r = q = const > 0,$$

т.е. смертность уменьшается медленнее, чем падение рождаемости. В результате получаем уравнение

$$\frac{dN}{dt} = \alpha_1 N - qN^2 \quad \text{или} \quad \frac{dN}{dt} = q(N_l - N)N, \qquad (10)$$

где $N_l = {\alpha_1}/{q}$ – предельное значение численности населения. Решение задачи в этом случае имеет вид:

$$N(t) = \frac{N_l}{1 + pe^{-\alpha_1(t-t_0)}}; \quad p = \frac{N_l - N(t_0)}{N(t_0)}. \qquad (11)$$

Легко видеть, что при $t \to \infty$ имеем $N(t) \to N_l$.

Из этой модели видно, что демографический переход возникает в результате существенного падения рождаемости, которое не компенсируется падением смертности. Различное воздействие рождаемости и смертности приводит к существенному старению населения. Для анализа такого процесса желательно в математической модели учитывать распределение населения по возрастам.

## 2. Математическая модель демографии с учетом распределения по возрастам

Рассмотрим достаточно большую, статистически значимую группу людей, например, население страны или большого региона. Обозначим через $N(x,t)$ число людей, находящихся в возрасте $x$ в момент времени $t$. Введем сглаженную функцию распределения по возрастам $n(x,t)$, которая равна среднему числу людей в возрасте $x$ в момент времени $t$ на возрастном от $x-\Delta x$ до $x$ и временном от $t-\Delta t$ до $t$ интервалах:

$$n(x,t)=\frac{1}{\Delta x\Delta t}\int\limits_{t-\Delta t}^{t}d\tau\int\limits_{x-\Delta x}^{x}N(\xi,\tau)d\xi,\ \ x\geq\Delta x,\ t\geq\Delta t. \qquad (12)$$

Как правило, в социальных исследованиях в качестве интервалов $\Delta x$ и $\Delta t$ берется один год.

Введем понятие среднего коэффициента смертности $s(x,t)$ и среднего коэффициента рождаемости $r(x,t)$. Для этого аналогично функции $n(x,t)$ (12) вычислим среднее число людей $n_s(x,t)$, которое умирает в момент времени $t$ в возрасте $x$ на возрастном от $x-\Delta x$ до $x$ и временном от $t-\Delta t$ до $t$ интервалах по формуле:

$$n_s(x,t)=\frac{1}{\Delta x\Delta t}\int\limits_{t-\Delta t}^{t}d\tau\int\limits_{x-\Delta x}^{x}N_s(\xi,\tau)d\xi,\ \ x\geq\Delta x,\ t\geq\Delta t, \qquad (13)$$

где $N_s(x,t)$ – это число людей возраста $x$, которое умирает в момент времени $t$. Точно так же вводится понятие среднего числа детей $n_r(x,t)$, которое рождается от людей возраста $x$ в момент времени $t$:

$$n_r(x,t)=\frac{1}{\Delta x\Delta t}\int\limits_{t-\Delta t}^{t}d\tau\int\limits_{x-\Delta x}^{x}N_r(\xi,\tau)d\xi,\ \ x\geq\Delta x,\ t\geq\Delta t, \qquad (14)$$

Тогда средние коэффициенты смертности и рождаемости на интервалах $x\in(x-\Delta x,x]$, $t\in(t-\Delta t,t]$ вычисляются по формулам:

$$s(x,t)=\frac{n_s(x,t)}{n(x,t)},\quad r(x,t)=\frac{n_r(x,t)}{n(x,t)}. \qquad (15)$$

Понятно, что

$$0\leq s(x,t)\leq 1,\ \ 0\leq r(x,t)\leq 1.$$

Полное (среднее за $\Delta t$) число людей $N$ в момент $t$ будет равно:

$$N(t)=\int\limits_{0}^{T_{\max}}n(\xi,t)d\xi, \qquad (16)$$

где $T_{\max}$ – это предельный возраст жизни человека, так что $n(x,t)=0,\ x>T_{\max}$.

Рассмотрим изменение численности людей возраста $x$ за время $\Delta t$:

$$n(x,t+\Delta t)=n(x-\Delta t,t)\ \ -s(x,t)n(x,t), \qquad (17)$$

Формула (17) означает, что в момент времени $t+\Delta t$ в группе $x$ стало столько людей, сколько за время $\Delta t$ перешло людей из предыдущей группы, минус количество, которое умерло в этой группе.

Учитывая, что при $\Delta t<<1$

$$n(x-\Delta t, t) \approx n(x,t) - \frac{\partial n}{\partial x}\Delta t, \quad n(x, t+\Delta t) \approx n(x,t) + \frac{\partial n}{\partial t}\Delta t,$$

и переходя к пределу при $\Delta t \to 0$ в формуле (17), получим уравнение, описывающее изменение численности населения по возрастам:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial n}{\partial x} = -s(x,t)n, \quad x \in (0,\ T_{\max}], \quad t > 0. \tag{18}$$

Рассмотрим постановку задачи для уравнения (18). Для этого сформулируем дополнительные условия. Первое условие задает начальное распределение при $t = 0$ по возрастам:

$$n(x,0) = n_0(x), \quad x \in [0, T_{\max}]. \tag{19}$$

Граничное условие при $x = 0$ определяет среднее число родившихся младенцев в момент $t$ на интервале от $t - \Delta t$ до $t$:

$$n(0,t) = \int_{x_1}^{x_2} r(\xi, t-\Delta t) n(\xi, t-\Delta t) d\xi \quad \text{при } t \ge \Delta t \tag{20}$$

где $x_1$ и $x_2$ – минимальный и соответственно максимальный репродуктивный возраст.

Таким образом, рассматриваемая математическая модель представляет собой уравнение первого порядка с частными производными (уравнение переноса), с правой частью и нелокальным граничным условием (20).

Цель исследования состоит в изучении решений задачи (18-20) в зависимости от функций рождаемости, смертности и начального распределения. Применение полученных результатов к анализу демографической ситуации в конкретном районе и прогнозированию будущих альтернатив.

Найдем общее решение уравнения (18). Для этого введем непрерывную функцию $V(n,x,t)$, которая удовлетворяет линейному уравнению с частными производными:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} - s(x,t)n(x,t)\frac{\partial V}{\partial n} = 0. \tag{21}$$

Тогда общее решение уравнения (18) получим в виде неявной функции:

$$V(n,x,t) = 0. \tag{22}$$

Решение уравнения (21) для функции $V(n,x,t)$ определяется через два первых интеграла, которые являются решениями системы:

$$\begin{cases} \dfrac{dt}{dx} = 1, \\ \dfrac{dn}{dx} = -s(x,t)n(x,t). \end{cases} \tag{23}$$

Из первого уравнения системы имеем

$$t - x = C_1. \tag{24}$$

Подставляя полученное соотношение (24) во второе уравнение системы (23), получим

$$\frac{dn}{dx} = -s(x, x + C_1)n \quad \text{или} \quad \frac{dn}{n} = -s(x, x + C_1)dx.$$

Откуда находим

$$\ln n = -\int_0^x s(\xi, \xi + C_1)d\xi + C_2. \tag{25}$$

Исключая из (25) константу $C_1$ с помощью равенства (24), получим

$$\ln n = -\int_0^x s(\xi, \xi + t - x)d\xi + C_2. \tag{26}$$

Согласно (24) и (26) имеем два первых интеграла:

$$\varphi_1 = t - x, \qquad \varphi_2 = \ln n + \int_0^x s(\xi, \xi + t - x)d\xi, \tag{27}$$

и решение уравнения (22) представляется через них в виде:

$$V(n, x, t) = F(\varphi_1, \varphi_2), \tag{28}$$

где $F$ – произвольная дифференцируемая функция.
Тогда согласно (22) и (28) имеем:

$$F\left(t - x, \ln n + \int_0^x s(\xi, \xi + t - x)d\xi\right) = 0, \tag{29}$$

или разрешив уравнение (29) относительно $n$, найдем:

$$n(x,t) = f(t - x)\exp\left(-\int_0^x s(\xi, \xi + t - x)d\xi\right), \tag{30}$$

где $f(t - x)$ – произвольная функция, которую необходимо определить из дополнительных условий (19) и (20). Так как $s(x,t) = 0$ при $t < 0$, то выражение (30) справедливо только при $t \geq x$. Если $0 \leq t \leq x$, то (30) приобретает вид:

$$n(x,t) = f(t - x)\exp\left(-\int_{x-t}^{x} s(\xi, \xi \_ t - x_0)d\xi\right). \tag{31}$$

Подставив (31) в условие (19) при $t = 0$, получим

$$n(x,0) = f(-x) \quad \text{или} \quad f(t - x) = n(x - t, 0).$$

Откуда, согласно (31), находим

$$n(x,t) = n(x - t, 0)\exp\left(-\int_{x-t}^{x} s(\xi, \xi + t - x)d\xi\right), \quad 0 < t \leq x. \tag{32}$$

При $t \ge x$ решение зависит от функции рождаемости, и для его определения нужно использовать граничное условие (20) при $x = 0$. Сопоставляя (30) и (20) найдем, что:

$$n(0,t) = f(t) \quad \text{или} \quad f(t-x) = n(0,t-x) \quad \text{при } t \ge x \tag{33}$$

Подставляя (33) в (30), окончательно получим:

$$n(x,t) = n(0,t-x)\exp\left(-\int_0^x s(\xi,\xi+t-x)d\xi\right), \quad t \ge x, \tag{34}$$

где $n(0,t-x)$, $t \ge x$, согласно (20), определяется в виде

$$n(0,t-x) = \int_{x_1}^{x_2} r(\xi,t-x-\Delta t)\cdot n(\xi,t-x-\Delta t)d\xi \quad \text{при } t \ge x+\Delta t, \tag{35}$$

а при $t = x$ имеем $n(0,t-x) = n(0,0) = n_0(0)$.

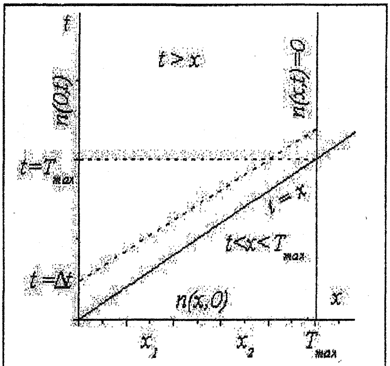

Рис. 1

Формулы (32) и (34) вместе с условиями (19) и (35) полностью определяют решение. Обсудим подробнее алгоритм его вычисления. Формула (32) определяет нам решение при $0 \le t \le x \le T_{\max}$. Это решение показывает, как изменяется начальное распределение $n(0,x)$ за счет сдвига возраста и смертности. Формула (34) совместно с выражением (35) показывает, как формируется демографическая ситуация с учетом рождаемости, а также за счет сдвига возраста и смертности. Вычисление решения по формулам (32) и (34) начинается при $t \ge \Delta t$. На рисунке изображена координатная плоскость $(x,t)$, на которой отмечены зоны влияний граничного и начального условий.

## 3. Стационарные распределения

Исследование полученного решения начнем с анализа некоторых частных случаев. Сначала рассмотрим стационарные распределения.

Пусть число рождающихся за время $\Delta t$ равняется числу умирающих за это время, то есть:

$$\int_0^{\infty} s(\xi)n(\xi,t)dx = \int_{x_1}^{x_2} r(\xi)n(\xi,t)dx, \tag{36}$$

а коэффициенты рождаемости и смертности не зависят от времени. Тогда с течением некоторого достаточно большого времени устанавливается стационарное распределение $n(x)$. Найдем форму этого распределения.

Уравнение в этом случае принимает вид:

$$\begin{gathered} \frac{dn}{dx} = -s(x)n, \quad 0 < x < \infty, \\ n(0) = R, \quad R = \int_{x_1}^{x_2} r(\xi)n(\xi)d\xi. \end{gathered} \tag{37}$$

**I)** Пусть коэффициенты $r$ и $s$ не зависят от возраста, то есть являются постоянными. Тогда необходимое условие существования стационарного распределения примет вид:

$$s\int_0^{\infty} ndx = r\int_{x_1}^{x_2} ndx \quad \text{или} \quad sN = rN_1. \tag{38}$$

Условие (38) означает, что для существования стационарного распределения необходимо, чтобы отношение коэффициента смертности к коэффициенту рождаемости равно доли людей репродукционного периода от общего числа людей:

$$\frac{s}{r} = \frac{N_1}{N}. \tag{39}$$

Решение уравнения (39) в этом случае имеет вид:

$$n(x) = rN_1 \exp(-sx). \tag{40}$$

Таким образом, функция распределения по возрастам – это убывающая экспонента с показателем $s$. Тем меньше коэффициент смертности, тем функция $n(x)$ медленнее убывает, и тем меньше может быть коэффициент рождаемости для поддержания постоянного числа людей; при этом доля пожилых людей возрастает.

**II)** Рассмотрим крайний случай, когда смертность равна нулю на всем интервале $[0, T_{\max})$, а в конце интервала при $x = T_{\max}$ все умирают. Тогда распределение $n = const$ постоянно на отрезке, а его значение равно среднему числу рождающихся в единицу времени (мгновенной скорости):

$$n(x) = \begin{cases} rN_1, & 0 \le x \le T_{\max}, \\ 0, & x > T_{\max}, \end{cases} \tag{41}$$

**III)** Пусть теперь смертность есть некоторая функция возраста, и рождаемость также зависит от возраста. Пусть по-прежнему выполняется условие стационарности (36). Тогда решение поставленной задачи имеет вид:

$$n(x) = n(0)\exp\left(-\int_0^x s(\xi)d\xi\right), \quad n(0) = \int_{x_1}^{x_2} r(\xi)n(\xi)d\xi\,. \qquad (42)$$

Анализируя полученные решения (40-42) можно сделать вывод:

*Форму и ширину распределения по возрастам определяет функция смертности, а рождаемость определяет общую численность населения.*

## 4. Дискретная модель, описывающая динамику распределения людей по возрастам

Рассмотрим дискретный аналог модели, описывающей распределение людей по возрастам (7), (8), (9). Для этого отрезок $[0, T_{\max}]$ разобьем на $K$ групп (ячеек) по возрастам, так что в $i$-тую группу попадают все люди, имеющие возраст в интервале

$$(x_i - h_x, x_i], \quad h_x = T_{\max}/K, \quad x_i = ih_x, \quad i = 1,2,...,K\,.$$

Пересчет содержимого в каждой ячейке будем проводить через каждые $\tau$ единиц времени, в моменты

$$t_j = j\tau, \quad j = 1,2,...,j_{\max}, \ \tau = h_x;$$

при $j = 0$ имеем начальное распределение

$$n(x_i, t = 0) = n^0(x_i), \quad i = 1,2,...,K, \quad j = 0\,.$$

Тогда система уравнений (27) (29) для функции $n_{ij} = n(x_i, t_j)$ примет вид:

$$n_{i0} = n^0(x_i), \quad i = 1,2,...,K; \qquad (43)$$

$$n_{1j} = (1 - s_0)\sum_{i,i_1}^{i_2} r_{ij-1}\, n_{ij-1}, \quad j = 1,2,...,j_{\max}; \qquad (44)$$

$$n_{ij} = n_{i-1j-1} - s_{i-1}n_{i-1j-1} + m_i, \quad i = 2,...,K, \quad j = 1,2,...,j_{\max} \qquad (45)$$

Последнее уравнение (43) можно интерпретировать так: в $i$-ой группе в момент времени $t_j$ будет столько людей, сколько было людей в $i-1$-ой группе в момент времени $t_{j-1}$ минус количество людей, которое умерло в этой группе за время $\tau$, плюс (или минус) количество мигрантов, которое пополнило (или покинуло) $i$ – тую группу за это время. Уравнение (44) позволяет найти число детей, попавших в первую ячейку, в возрасте от 0 до $\tau$. Это число родившихся за время $\tau$ за вычетом умерших младенцев; $s_0$ – коэффициент смертности младенцев; $i_1$, $i_2$ – номера ячеек определяющих границы репродукционного возраста. $n_{i0}$ – начальное распределение. Система рекуррентных уравнений (43-45) является разностным аналогом дифференциальной задачи, рассмотренной выше.

## 5. Анализ демографической ситуации в России

Применим рассматриваемую модель для анализа сложившейся демографической ситуации в России. По данным ГКС (Госкомстата) распределение населения по возрастным группам и полу, а также коэффициенты рождаемости и смертности по возрастным группам и полу на конец 2006 года приведены в Таблице 1.

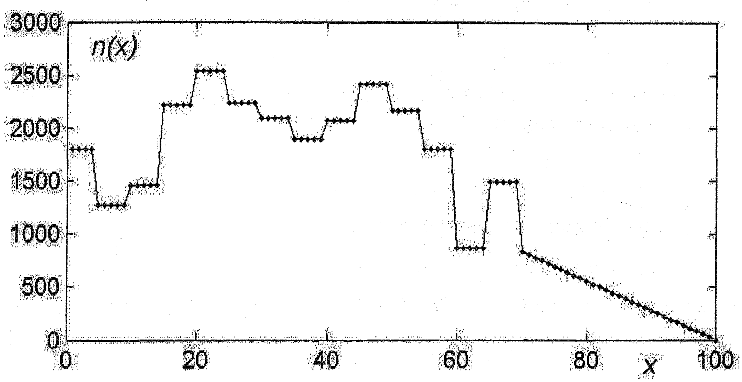


Рис. 2. Распределение людей по возрастам в РФ в 2006 г.

Мы видим, что общая численность населения РФ составляет чуть больше 142.2 млн. человек. Из них численность женщин и мужчин в детском (до 16) и трудоспособном возрасте (от 16 до 60 лет) примерно одна и та же, но сильно отличается в пенсионном возрасте, в 2.5 раза. График распределения численности населения по возрастам в соответствии с Таблицей 1 приведен на рис. 2. (Здесь все население от 70 до 100 лет сделано убывающим по линейному закону.) Обращает на себя внимание немонотонность распределения, вызванная сменами режимов воспроизводства населения и эхом Великой Отечественной войны.

**Таблица 1**

Распределение населения РФ по полу и возрастным группам на начало 2007 г.

| Возраст (лет) | Все население | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Мужчины и женщины | Смертность (на 1000 ч.) | | Рождае-мость, (на 1000 жен.) | Мужчины | Женщины |
| Все население | 142221* 1000 | | | | 65849* 1000 | 76372* 1000 |
| В возрасте, лет: | | Муж 17.4 | Жен 13.3 | 37.7 | | |
| 0 – 4 | 7223 | 3.0 | 2.3 | | 3708 | 3515 |
| 5 – 9 | 6376 | 0.4 | 0.3 | | 3262 | 3114 |
| 10 – 14 | 7283 | 0.5 | 0.3 | 28.6 | 3721 | 3562 |
| 15 – 19 | 11088 | 1.6 | 0.6 | | 5651 | 5437 |
| 20 – 24 | 12671 | 3.4 | 0.9 | 85.8 | 6409 | 6262 |
| 25 – 29 | 11165 | 6.2 | 1.5 | 78.2 | 5576 | 5589 |
| 30 – 34 | 10442 | 7.8 | 2.0 | 46.8 | 5175 | 5267 |
| 35 – 39 | 9459 | 9.1 | 2.7 | 18.7 | 4658 | 4801 |
| 40 – 44 | 10368 | 12.4 | 3.6 | 3.1 | 4994 | 5374 |
| 45 – 49 | 12067 | 16.7 | 5.0 | 0.1 | 5688 | 6379 |
| 50 – 54 | 10804 | 23.6 | 7.2 | | 4901 | 5903 |
| 55 – 59 | 8985 | 31.0 | 10.8 | | 3925 | 5060 |
| 60 – 64 | 4336 | 41.7 | 15.1 | | 1771 | 2565 |
| 65 – 69 | 7458 | 55.1 | 22.3 | | 2766 | 4692 |
| 70 и более | 12496 | 101.5 | 76.9 | | 3644 | 8852 |
| Моложе трудоспос. | 22718 | | | | 11630 | 11088 |
| Трудоспос. | 90152 | | | | 46037 | 44115 |
| Старше тр. | 29351 | | | | 8182 | 21169 |

Как и во всех странах, прошедших демографический переход, в России наблюдается падение рождаемости. Коэффициент суммарной рождаемости опустился немного ниже уровня простого воспроизводства еще в середине 60-х гг. и затем в течение примерно 20 лет колебался в приделах от 1.9 до 2.1 (в среднем детей, приходящихся на одну женщину за всю ее жизнь). После резкого падения до 1.2 в 1999-2001 гг. он немного восстановился и сейчас составляет 1.34, или 10.4 % в год. В России низкая рождаемость усугубляется высокой смертностью, особенно мужчин в трудоспособном возрасте. Общий коэффициент смертности составляет примерно 15.4%. Начиная с 1992 г. число смертей устойчиво превышает число рождений. Приток в Россию эмигрантов частично компенсирует убыль населения. Так миграционный процесс в 1992-2006 гг. возместил почти половину (46.3 %) естественной убыли населения. Но в последние годы вклад миграционного компонента в рост населения заметно сократился (12-18% от убыли населения).

Рассчитаем, что ждет Россию в ближайшие 50 лет, если коэффициенты рождаемости и смертности сохранятся. За начальное распределение примем, представленное на рис.1 распределение на начало 2007 г. В модели мужчин и женщин различать не будем, считая, что женщин в детородном возрасте примерно столько же, сколько мужчин. Кроме того, коэффициенты смертности будем рассчитывать по женскому населению (то есть брать несколько заниженные), учитывая слабую тенденцию последних лет к понижению смертности. Миграцию в первом приближении учитывать не будем.

Результаты расчетов представлены на графиках, проведенных ниже. На рис. 3 показан график общей численности населения России от времени.

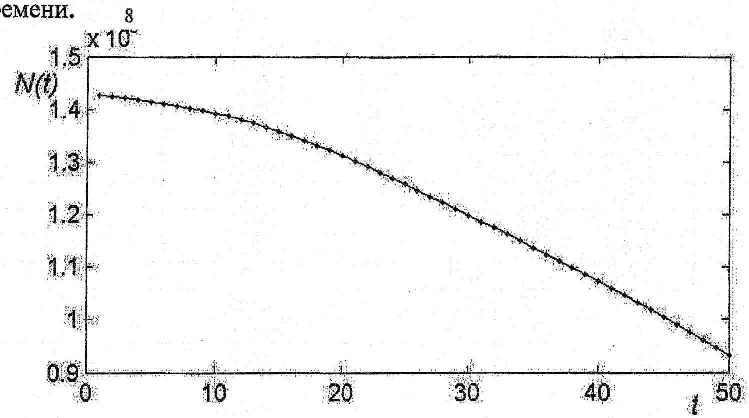


Рис. 3. График изменения численности РФ в ближайшие 50 лет.

В соответствии с расчетами в 2025 г. численность населения России будет составлять 132 млн., а в 2050 году – 102 млн. Это совпадает с прогнозами ООН и других организаций, которые дают оценки численности населения в 122-137 млн. в 2025 и в 92-135 млн. в 2050. График естественной убыли населения представлен на рис. 4. Реальный темп депопуляции коренного населения будет, по-видимому, выше, поскольку он рассчитывался по заниженной смертности. Так в прошлом году, который соответствует точке 0 на графике, убыль была в 2 раза больше. На рис. 5 показано, как будет изменяться при этом возрастной состав. Мы видим, что население будет стареть, так если сейчас старики составляют 18 %, а трудоспособное население – 65 %, то в 2025 г. эти показатели изменяться соответственно на 25 и 60 % , а в 2050 трудоспособного населения будет чуть больше 50% (53), а стариков в процентном отношении будет почти в 2 раза больше, чем сейчас.

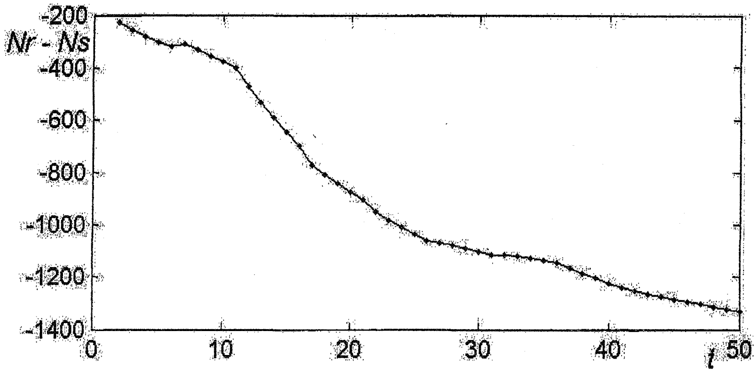


Рис. 4. Естественная убыль населения РФ в ближайшие 50 лет.

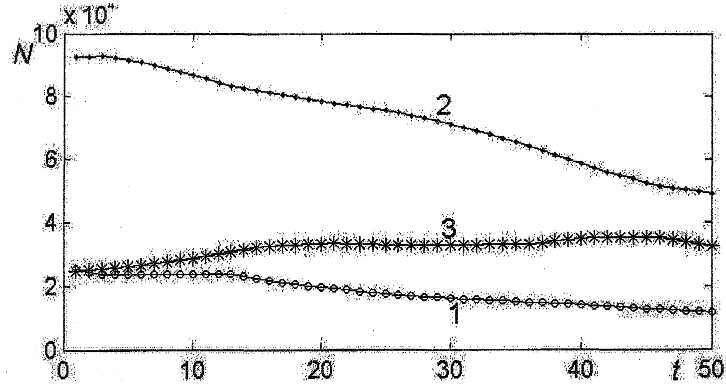


Рис.5. Изменение возрастного состава РФ в ближайшие годы.
1 –дети до 16, 2 – трудоспособное нас. (17-60); 3 – старики (60+).

Следующие графики на рис.5 показывают динамику изменения начальной функции распределения по возрастам (рис.2), соответствующей началу 2007г. через 10,.20, 30 и 40 лет. Мы видим, что вместо монотонно убывающей функция распределения имеет максимум в трудоспособном возрасте. Благодаря накопленному ранее демографическому потенциалу долгое время в стране доля трудоспособного населения будет преобладать.

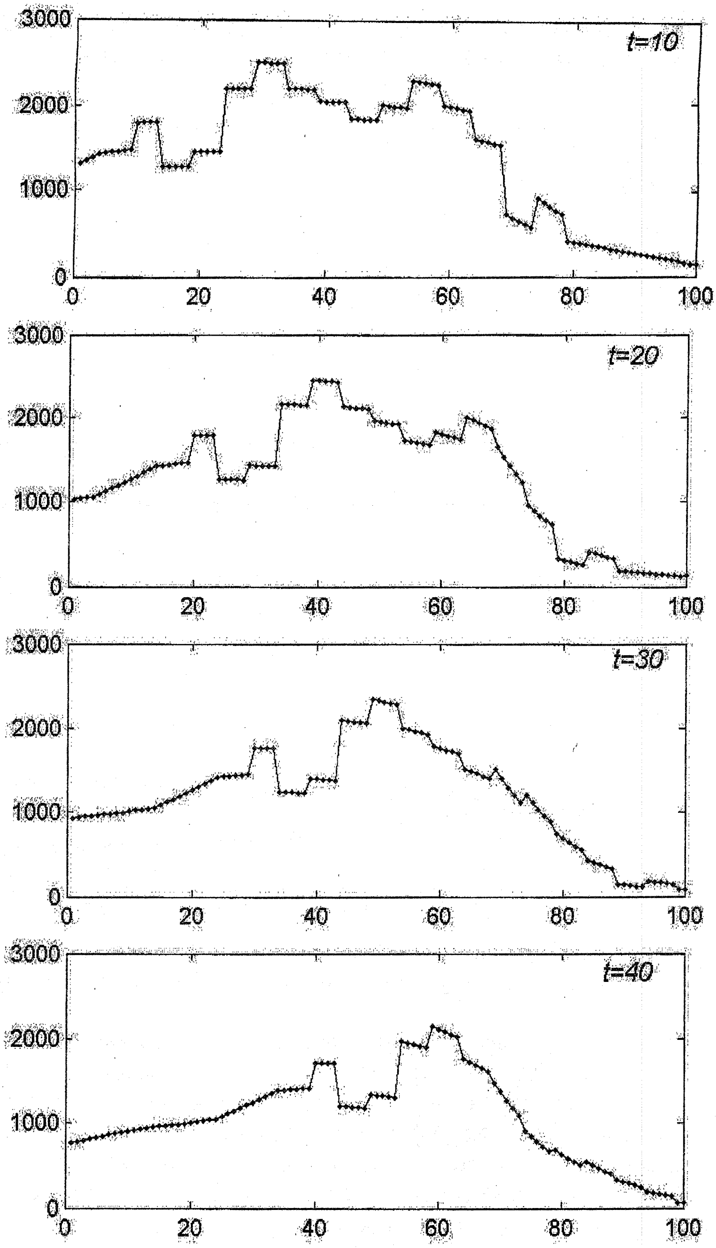


Рис. 6. Распределение населения РФ по возрастам.

Однако, постепенно этот максимум сместится в хвост распределения – в область старых людей.

Применение разработанной модели к анализу демографической ситуации в России показало, что население России вымирает и стремительно стареет. Если так будет продолжаться и дальше, то к середине 2050 года нас станет менее 100 млн., а доля трудоспособного населения составит менее 50%. Повышение рождаемости в 1.5 раза не меняет негативных тенденций, лишь немного затягивает процесс вымирания России. Ситуацию может спасти только увеличение рождаемости в два раза, то есть такой, какой она примерно была в начале 60-х гг. прошлого века, или альтернативный прием эмигрантов; при этом, надо понимать, что произойдет смена этнического состава страны.

## ЛИТЕРАТУРА


1. *H. von Foerster, P. Mora, L. Amiot.* "Doomsday: Friday, 13 November, A.D. 2026.// Science 132, 1960, PP. 1291-1295.
2. *С.П. Капица, С.П. Курдюмов, Г.Г. Малинецкий.* Синергетика и прогнозы будущего. 2-е изд. – М.: Эдиториал УРСС, 2001.
3. *Капица С.П.* «Демографическая революция, глобальная безопасность и будущее человечества.»// В сб. «Будущее России в зеркале синергетики» Под ред. Г.Г. Малинецкого. М.: КомКнига, 2006, С. 238-254.
4. *Павловский Ю.Н., Белотелов Н.В., Бродский Ю.И..* Имитационное моделирование. Серия "Прикладная математика и информатика". Изд. М.: Академия, 2008, 240стр.