

ПРОЕКЦИОННЫЙ МЕТОД НАХОЖДЕНИЯ ГРАНИЦ ИЗОБРАЖЕНИЙ

1. ВВЕДЕНИЕ

Границы (контуры) изображений играют большую роль в процессе анализа и интерпретации изображений человеком. Задача нахождения границ является одним из наиболее важных элементов автоматизированного анализа изображения. Решение этой задачи позволяет проводить выделение объектов, используемых обработки, например, описания или распознавания. Необходимо отметить, что выделение границ изображения существенно осложняется в случае обработки зашумленных исходных данных.

Не существует формального определения термина “граница изображения”. С интуитивной точки зрения границы изображений лежат в областях изображения, в которых яркость изменяется особенно сильно. При этом границы изображений соответствуют границам предметов или другим значимым элементам изображения. При этом достаточно сложно формально определить характеристики функции интенсивности изображения, на основе анализа которых осуществляется нахождение границ изображения. Существуют различные критерии, на основе которых находят границы [1]. Они зависят от модели “границы”, выбор которой зависит от специфики решаемой задачи. Наиболее часто используемой моделью является модель типа “скачок”, приведенная на Рис.1 для случая одномерной функции интенсивности.

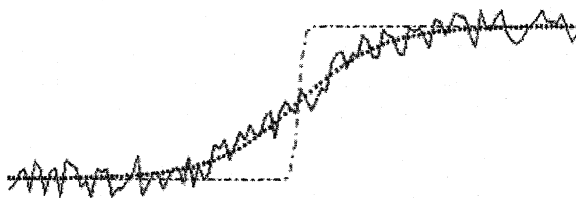


Рис.1. Модель границы.

При этом, отталкиваясь от модели идеального “скачка” (пунктирная линия на рисунке 1), в качестве точек границ изображений рассматриваются точки, в которых величина первой производной сглаженной функции интенсивности достаточно велика (модуль

производной больше некоторого, наперед заданного порогового значения), а вторая производная близка к нулю (рис.2).

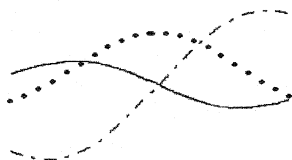


Рис. 2. Поведение производных интенсивности изображения (— —) в области границы изображения. (••• - первая производная, — - вторая производная).

Этот критерий достаточно эффективен в случае, когда изображении является незашумленным. В случае, когда к изображению добавлен шум, даже достаточно сильное сглаживание кривой не позволяет эффективно находить границы изображений. Это проиллюстрировано на рис. 3, где показано поведение производных функции интенсивности для части сглаженной сплошной кривой рисунка 1. Сглаживание практически не уменьшает числа точек, где вторая производная принимает нулевое значение. Вследствие этого, более разумным является критерий, когда в качестве точек границ изображений рассматриваются точки, в которых величина первой производной сглаженной функции интенсивности достаточно велика (модуль производной больше некоторого, наперед заданного порогового значения), а вторая производная яркости изображения тоже выше некоторого порога. Использование модуля второй производной приводит к удвоению числа получаемых границ. В связи с этим, рассматриваются либо максимальные положительные значения второй производной, либо минимальные отрицательные.

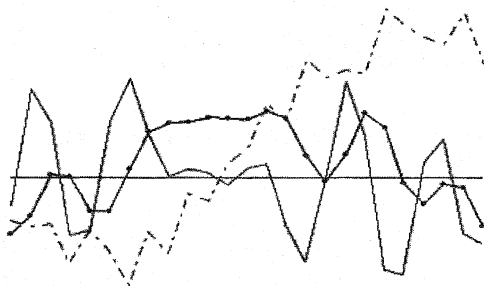


Рис.3. Поведение производных интенсивности изображения (— —) в области границы изображения. (—•— - первая производная, — - вторая производная).

Существуют и другие модели и методы выделения границ изображений [2-5]. Несмотря на различие в существующих моделях границ, все эти модели, в той или иной форме, требуют для нахождения границ решения задачи сглаживания исходной информации и анализа полученных производных различного порядка (например величины градиента по нормали к границе, как в наиболее часто используемом в настоящее время методе Канни [6]).

Алгоритмы выделения границ обычно используют операция с производными 1-го и 2-го порядков. Анализируются экстремум градиента величины градиента

$$|\nabla f| = \sqrt{(\partial f / \partial x)^2 + (\partial f / \partial y)^2}$$

и нули лапласиана

$$\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

Большинство существующих методов нахождения границ основано на применении масок [7], отвечающих различным разностным аппроксимациям производных на сетке. С практической точки зрения, все эти методы дают близкие результаты для незашумленных изображений. В то же время, простые фильтры конечной разности имеют сильную реакцию на шум. Решение этой проблемы заключается в том, чтобы сглаживать изображение до или после дифференцирования.

Проводимый анализ производных сопровождается обычно постпроцессингом полученной информации, таким как Гистерезисный алгоритм в методе Канни [6]. В данной статье методы постпроцессинга не рассматриваются, а целью работы ставится построение алгоритма сглаживания функции интенсивности изображения, позволяющее, одновременно, достаточно устойчиво проводить анализ производных различного порядка функции интенсивности изображения и, таким образом, достаточно устойчиво находить углы изображения.

2. ФИЛЬТРАЦИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ФУНКЦИЙ ЭРМИТА

Многочлены Чебышева-Эрмита образуют полную ортогональную систему на $L_2(-\infty, \infty)$ с весовой функцией $w(x) = e^{-x^2}$. Соответствующая полная на $L_2(-\infty, \infty)$ система ортонормированных функций Эрмита задается формулами

$$\psi_n(x) = \frac{(-1)^n e^{-x^2/2}}{\sqrt{2^n n! \sqrt{\pi}}} \cdot \frac{d^n(e^{-x^2})}{dx^n}$$

Ряды Фурье по функции Эрмита являются аналогом разложения в тригонометрический ряд Фурье, эффективно используемым на бесконечном интервале (эти функции имеют также асимптотическое поведение в нуле, близкое к тригонометрическим функциям [8]). Важным свойством функций Эрмита является то, что они являются собственными функциями преобразования Фурье:

$$F(\psi_n) = i^n \psi_n,$$

где F обозначает оператор преобразования Фурье. Этим определяется их локализация с вычислительной точки зрения, как в прямом, так и в обратном пространствах. Некоторые из применений этих функций в обработке изображений приведены в [9-12].

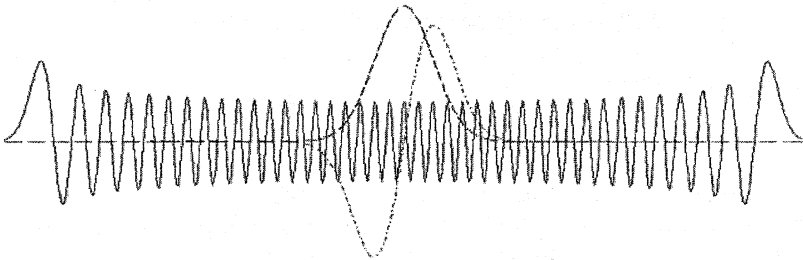


Рис.4. Поведение функций Эрмита $\psi_0(x)$ (— —), $\psi_1(x)$, (— • —) и $\psi_{80}(x)$.

Нахождение границ изображений, использующее анализ поведения производных функции интенсивности, существенно зависит от зашумленности изображения. Применение этого анализа без фильтрации изображения не может дать достаточно надежных результатов. Это может быть видно из рис. 5, где приведено изображение, содержащее белый шум и его аппроксимации с помощью разложения в ряд по функциям Эрмита и в тригонометрический ряд Фурье (верхний ряд рисунков, 256 членов разложения) и соответствующие изображения получаемых величин градиента – нижний ряд рисунков. Градиент исходного изображения

получен применением простейшей разностной аппроксимации, для методов Эрмита и Фурье получение производных описано ниже.

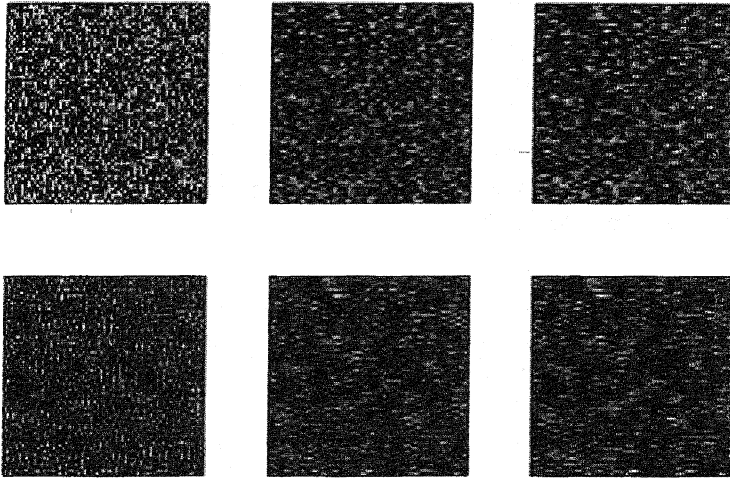


Рис.5. Аппроксимация изображения содержащего белый шум и получаемые значения величин градиентов.

При этом величины

$$G = \sum |\nabla f|^2$$

где суммирование ведется по всем пикселям изображения, для исходного изображения равно $G = 2.6139 \times 10^6$, для метода с использованием функций Эрмита $G = 7.6055 \times 10^4$ и для метода Фурье $G = 7.6882 \times 10^4$.

Более детально, ситуация может быть проиллюстрирована на графиках первых и вторых производных, приведенных для одномерного случая. В качестве объекта исследования было взято изображение «Лена» в градациях серого (шкала 0-255) с внесенным равномерно распределенным шумом максимальной интенсивности 20. На верхнем изображении рис. 6 показано изменение интенсивности на части горизонтальной средней линии изображения (пунктирная линия) и ее аппроксимации (256 членов разложения) методом Эрмита (сплошная линия) и методом Фурье (штрих пунктирная линия). Ниже приведены соответствующие значения первой и второй производных аппроксимаций изображения. Видно, что при вычислении производных исходного изображения определение границ изображения практически невозможно. В то же время, аппроксимация получаемые сглаживанием с

использование в ряд Эрмита и Фурье дают достаточно надежные результаты.

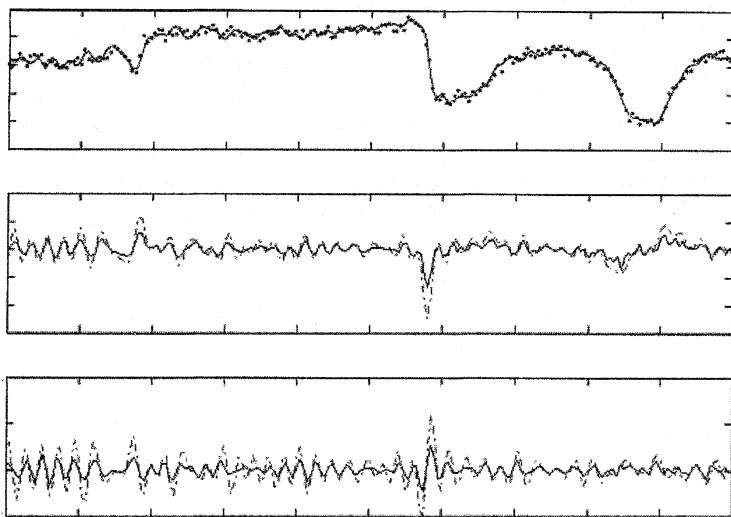


Рис.6. Аппроксимация интенсивности изображения и производные, полученные методом Эрмита (непрерывная кривая) и методом Фурье (штрих-пунктирная кривая).

Значения $G = 5.2 \times 10^7$ для всего исходного изображения, для метода с использованием функций Эрмита $G = 4.7 \times 10^7$ и для метода Фурье $G = 4.8 \times 10^7$.

3. ПРОЕКЦИОННЫЙ МЕТОД ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ ФУНКЦИИ ИНТЕНСИВНОСТИ

Как отмечено выше, все методы нахождения границ изображений, в той или иной форме, основываются на решении задачи аппроксимации и анализа поведения производных функции интенсивности. При этом, наиболее важной характеристикой решения задачи аппроксимации производных является устойчивость получаемых результатов к шуму. Одним из наиболее часто используемых методов аппроксимации

изображений является метод, основанный на разложении функции в ряд по системе тригонометрических функций (использованный, например, в стандарте JPEG). Удобным свойством этого метода является, в том числе, ортогональность используемых базисных функций. В то же время, использование этого базиса для задачи анализа производных функции интенсивности зашумленных изображений дает плохие результаты. Общая причина возникновения этой проблемы вытекает из некорректности задачи численного дифференцирования (неустойчивости результата к малому возмущению дифференцируемой функции)[13]. В данной работе предлагается для решения задачи численного дифференцирования использовать ортонормированный базис, образованный собственными функциями преобразования Фурье - функциями Эрмита ("проекционный метод"). Эффективность применения этого подхода вытекает из следующих соображений:

Функции Эрмита, ортонормированные в $L_2(-\infty, \infty)$, связаны с многочленами Чебышева-Эрмита, удовлетворяющими дифференциальному уравнению

$$H_n''(x) - 2xH_n'(x) + 2nH_n(x) = 0,$$

соотношением

$$\psi_n(x) = e^{-x^2/2} H_n(x) / \sqrt{2^n n! \sqrt{\pi}}.$$

При разложении функции $f(x)$ в ряд по этому базису,

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n \psi_n(x)$$

в силу соотношения,

$$\psi_n'(x) = -x\psi_n(x) + \sqrt{2n}\psi_{n-1}(x),$$

производная этой функции

$$f'(x) = -x \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n \psi_n(x) + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2n} \alpha_n \psi_{n-1}(x).$$

Так же, из дифференциального уравнения

$$\psi_n'' + (2n+1-x^2)\psi_n = 0,$$

то есть

$$\psi_n'' = (x^2 - 1)\psi_n - 2n\psi_n,$$

вторая производная имеет вид

$$f''(x) = (x^2 - 1) \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n \psi_n(x) + \sum_{n=0}^{\infty} 2n \alpha_n \psi_n(x).$$

Отметим, что при возмущении функции $f(x)$, соответствующая ошибка в коэффициенте разложения α_n , возрастает для первой производной за счет наличия коэффициента разложения $\sqrt{2n}\alpha_n$ и для второй производной в силу наличия коэффициента разложения $2n\alpha_n$. Это отражает некорректность задачи дифференцирования в рассматриваемом пространстве, однако характер изменения ошибки в коэффициентах существенно отличается от изменения коэффициентов при использовании разложения в ряд по тригонометрической системе функций. Это сравнение приведено ниже, где разложения функции и ее производных приведены для разложения ряд по функциям Эрмита (левый столбец формул) и в тригонометрический ряд Фурье (правый столбец):

$$\begin{aligned} f(x) &\cong \sum_{n=0}^{N-1} \alpha_n \psi_n(x) \\ f(x) &\cong \sum_{n=0}^{N-1} \beta_n \sin(nx) + \gamma_n \cos(nx) \\ f'(x) &\cong -x \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n \psi_n(x) + \sum_{n=0}^{N-1} \sqrt{2n} \alpha_n \psi_{n-1}(x) \\ f'(x) &\cong \sum_{n=0}^{N-1} \beta_n n \cos(nx) - \gamma_n n \sin(nx) \\ f''(x) &\cong (x^2 - 1) \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n \psi_n(x) + \sum_{n=0}^{N-1} 2n \alpha_n \psi_n(x) \\ f''(x) &\cong \sum_{n=0}^{N-1} \beta_n n^2 \sin(nx) + \gamma_n n^2 \cos(nx) \end{aligned}$$

Как видно из этого сравнения, возрастание ошибки в коэффициентах разложения производных существенно медленнее у проекционного метода, чем и объясняется эффективность предлагаемого проекционного подхода, как для получения, так и для анализа областей максимумов и нулей производных, в сравнении с использованием тригонометрического ряда Фурье.

Для аппроксимации и анализа производных дискретной двумерной функции интенсивности изображения предложенный метод разложения функции проводился независимо на дискретной сетке по каждой из переменных (по строкам и столбцам матрицы интенсивности).

4. МЕТОДЫ ВЫДЕЛЕНИЯ ГРАНИЦ И РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Выделение границ изображений может основываться на использовании различных пороговых критериев. В данной работе для изображения, задаваемого непрерывной функцией $f(x, y)$, одномерный порог задается функцией D , определяющей способ использования информации о первой и вторых производных изображения и уровнем порога T ($T/100$ задает % от максимума интенсивности изображения вдоль рассматриваемой линии). При этом, бинарная функция t , определяющая алгоритм получения границ, имеет вид:

$$t(g(x, y)) = \begin{cases} 1 & \text{при } g(x, y) > Tr \\ 0 & \text{при } g(x, y) \leq Tr \end{cases} \quad Tr = \frac{T}{100} \max(g(x, y)).$$

В работе рассматривались следующие варианты пороговых критериев:

$$D_1 = t\left(\left|\frac{\partial f}{\partial x}\right|\right) \vee t\left(\left|\frac{\partial f}{\partial y}\right|\right); \quad D_2 = t\left(\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}\right);$$

$$D_3 = t\left(-\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right) \vee t\left(-\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\right); \quad D_4 = t\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right) \vee t\left(\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\right); \quad D_5 = t\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\right);$$

$$D_6 = D_1 \wedge D_3, \quad D_7 = D_1 \wedge D_4, \quad D_8 = D_1 \wedge D_5, \quad D_9 = D_2 \wedge D_3,$$

$$D_{10} = D_2 \wedge D_4, \quad D_{11} = D_2 \wedge D_5.$$

Сравнительный анализ результатов выделения границ проводился на изображении, образованном пятью областями фиксированного уровня интенсивности, для которого границы изображения известны:

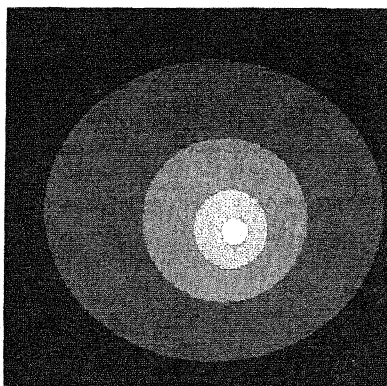


Рис. 7. Тестовое изображение.

К данному изображению добавлялся белый шум различного уровня интенсивности. Ниже (рис.8) приведен результат выделения границ методами, использующими разложения в ряд Фурье и в ряд по функциям Эрмита для рисунка со следующим уровнем шума:

$$\text{noise} = ns * R$$

где R – равномерно распределенная случайная величина, принимающая значения в интервале $[0.5, 0.5]$.

На рисунках полученные границы нанесены на исходное незашумленное изображение.

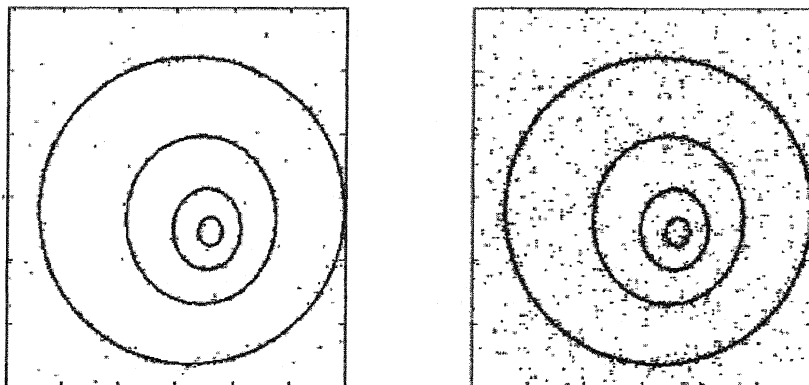
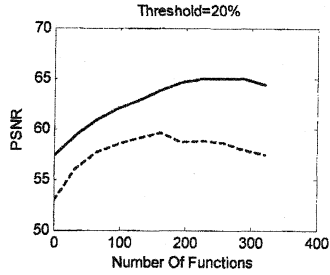
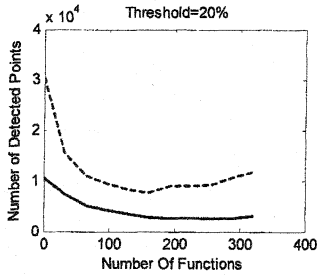
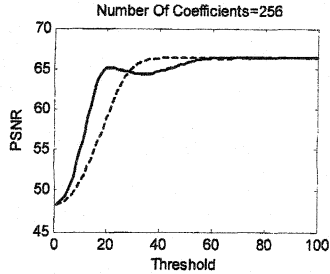
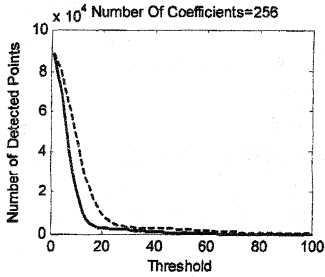
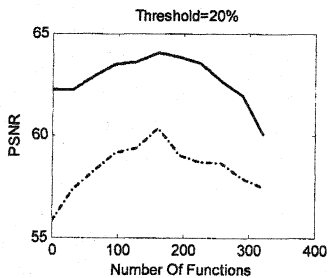
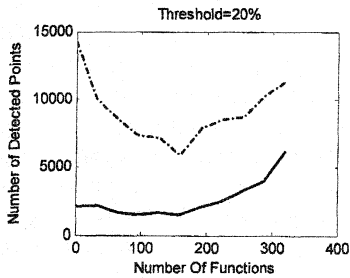
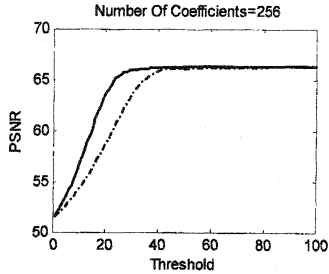
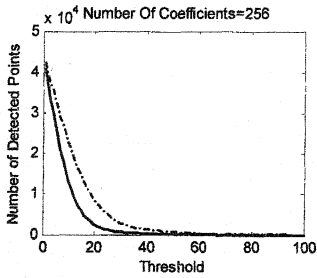


Рис.8. Границы изображения полученные с использованием разложения Эрмита (левый рисунок) и Фурье(правый рисунок) с пороговым критерием D_2 порогам $T = 25$.

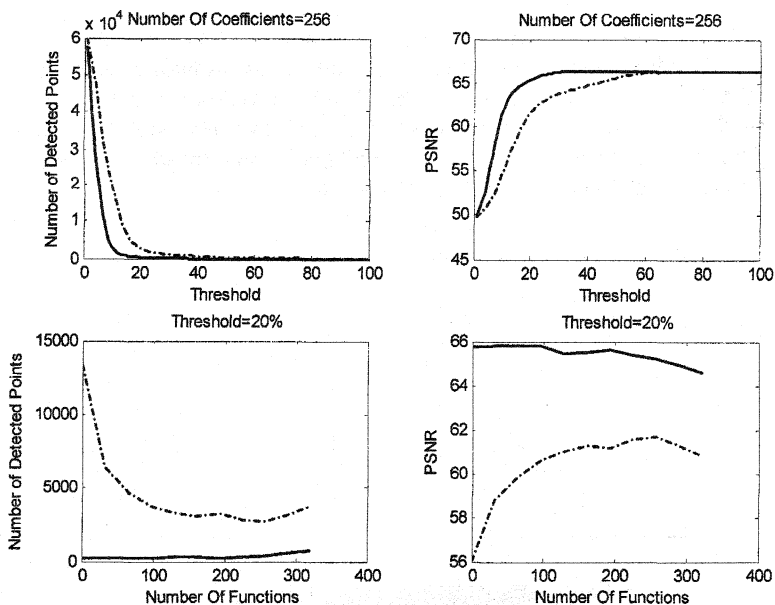
На рис. 9а, 9в, и 9с для методов основанных на использовании порога по градиенту (критерий D_2), по величине лапласиана (критерий 5) и для смешанного критерия, использующего как величину градиента, так и лапласиана (критерий 6) приведены результаты анализа работы метода для разложения в ряд Фурье и в ряд по функциям Эрмита. Были проанализированы зависимости: при фиксированном числе членов разложения (256) - числа найденных точек от величины порога (левый верхний график), величины PSNR от порога (правый верхний график); при фиксировании порога (20%) - числа найденных точек от числа функций, использованных при аппроксимации (левый нижний график), величины PSNR от числа функций, использованных при аппроксимации (правый нижний график). Аналогичные результаты получены и для других пороговых критериев и других значениях уровня шума (рассматривались также и другие варианты смешанных критериев, их использование дает аналогичные результаты).



(a)



(b)



(c)

Рис.9. Зависимость числа полученных точек и PSNR для различных пороговых критериев.

Полученные результаты показывают, что

А) При фиксировании порога

а. Число найденных точек для метода, основанного на ряде Фурье больше, чем число найденных точек для метода, основанного на использовании разложения по функциям Эрмита.

б. Величина полученного PSNR, как функция от числа используемых членов разложения, больше и является более гладкой для случая разложения по функциям Эрмита.

Б) При фиксировании числа членов разложения

а. Число найденных точек для метода, основанного на ряде Фурье убывает медленнее, чем число найденных точек для метода, основанного на использовании разложения по функциям Эрмита.

б. В области, где методы дают значимое число найденных точек (порог меньше 15%), величина полученного PSNR, как функция от величины порога, больше и растет быстрее для случая разложения по функциям Эрмита.

Рисунки 10-12, приведенные ниже, иллюстрируют работу предложенного метода выделения границ и полученные выводы. Для рисунков 10 и 12 использовался пороговый критерий 10, основанный на анализе как величины градиента, так и значений вторых производных, рисунок 11 получен с использованием пороговый критерия 2, основанного на анализе величины градиента.

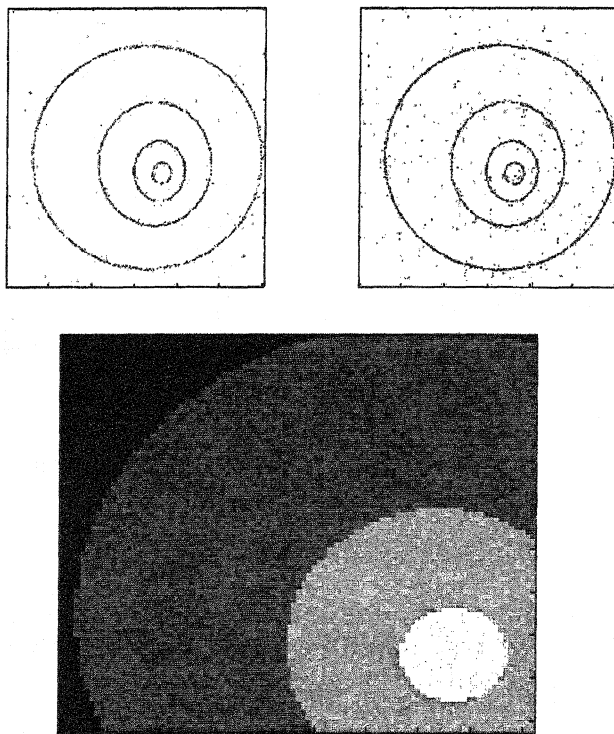


Рис. 10. Часть зашумленного тестового изображения ($ns=20$) – нижний рисунок и результаты выделения границ тестового изображения с пороговым критерием $D_2 \wedge D_4$, порогами $T_1 = 25$, $T_2 = 5$, $N=256$, методом Эрмита (левый верхний рисунок) и с использованием ряда Фурье(правый верхний рисунок).



Рис. 11. Незашумленное изображение “Лена”, часть его зашумленного ($ns=20$) изображения и результаты выделения границ с пороговым критерием D_2 и порогом $T=10$, $N=256$, методом Эрмита (средние рисунки) и с использованием ряда Фурье (нижние рисунки).



Рис.12. Результаты выделения границ для зашумленного ($ns=20$.) изображения "Лена" с пороговым критерием $D_2 \wedge D_4$ и пороговыми $T_1 = 6$, $T_2 = 2$, $N=256$, методом Эрмита (левый рисунок) и с использованием ряда Фурье (правый рисунок).

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложен новый метод фильтрации, показавший свою эффективность для решения задачи выделения границ зашумленных изображений. Одновременная вычислительная локализация функций Эрмита, по базису из которых осуществляется аппроксимация функции интенсивности изображения, и их преобразований Фурье позволяет достаточно устойчиво определять особенности производных интенсивности. Данный метод фильтрации может быть успешно применен как составная часть существующих алгоритмов выделения границ изображений.

Литература

1. David A. Forsyth, Jean Ponce, "Computer Vision A Modern Approach" Prentice Hall, 2003.
2. Mike Heath, Sudeep Sakar, Thomas Sanocki, Kevin Bowyer, "Comparison Of Edge Detectors", Computer Vision And Image Understanding, Vol.69, No.1, January, pp.38_54, 1998.
3. D. C. Marr and E. C. Hildreth, "Theory of edge detection," Proc. R Soc Land. B, vol. 207, pp. 187-217, 1980.
4. D. Ziou, S. Tabbone "Edge detection techniques-an overview" Int. J. of Pattern Recognition and Image Analysis, Vol. 8, No. 4, pp. 537-559, 1998.
5. D. Marr, E. Hildreth "Theory of edge detection" Proceedings of the Royal society of London, Series B, Vol. 207, pp 187-217, 1980.
6. J. Canny "A Computational approach to edge detection" IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence, Vol. 8, N. 6, pp. 679-698, 1986.
7. Earl Gose, Richard Johnsonbaugh, Steve Jost, "Pattern Recognition And Image Analysis", Prentice Hall, 1996.
8. Г.Сере "Ортогональные многочлены", М. Физматгиз, 1962.
9. A. Krylov, D. Kortchagine, "Projection filtering in image processing", Graphicon'2000 Conference proceedings, p. 42-45, 2000.
10. Mohsen Najafi, Andrey Krylov, Danil Kortchagine, "Image Deblocking With 2-D Hermite Transform", Graphicon'2000 Conference proceedings, p. C.180-183, 2003.
11. Jean-Bernard Martens, "The Hermite Transform – Theory", IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing, vol. 38, p. 1595-1606, 1990.
12. Jean-Bernard Martens, "The Hermite Transform – Applications", IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing, vol. 38, p. 1607-1618, 1990.
13. А.Н. Тихонов, В.Я. Арсенин "Методы решения некорректных задач", М.: Наука, 1979.