В.С. Левченков, Л.Г. Левченкова

ПРОБЛЕМА ВЫБОРА ИЗ ТРЕХЭЛЕМЕНТНОГО МНОЖЕСТВА: НЕКОТОРЫЕ УРОКИ ПРЕЗИДЕНТСКОЙ КАМПАНИИ (США, 2000Г.)

1. Введение

Процедура выбора президента США организована таким образом, что ведущую роль в ней играют кандидаты двух основных партий (демократической и республиканской), а остальным участникам, в большинстве случаев, уготована роль статистов. Однако, известны случаи (последний из них произошел на выборах 1992г.), когда кандидат от третьей партии (в 1992г. это был Росс Перро), проведя активную кампанию и предложив программу, содержащую привлекательные идеи как для избирателей-республиканцев (консервативную экономическую политику с упором на сокращение бюджетного дефицита), так и избирателей-демократов (либеральную социальную политику). В результате, Росс Перро привлек на свою сторону голоса 19% избирателей, победитель – Билл Клинтон – собрал 43.3%, а занявший второе место Джордж Буш получил 37.7% голосов.

С этой точки зрения формализованное описание процедуры голосования в США может ограничиваться рассмотрением множества предъявления, содержащего три элемента. Обычно роли трех кандидатов, включаемых в рассматриваемое множество следующие: два основных кандидата ведут бескомпромиссную борьбу между собой, стараясь завоевать как можно больше голосов электората, а третий кандидат (для простоты я буду далее называть его *независимым*) старается отобрать часть голосов у основных кандидатов, оказывая тем самым определенное влияние на исход выборов в случае, если позиции основных кандидатов примерно равны. Этот эффект весьма ярко проявился в ходе выборов 2000 года, которые характеризовались беспрецедентным равенством сил демократического и республиканского кандидатов. При этом независимый кандидат (Пэт Бьюкенен) набрал весьма малое число голосов, но разрыв между Бушем (кандидатом от республиканской партии) и Гором (демократом) оказался еще меньше. Драматизм ситуации выборов усиливался еще и тем, что сама избирательная система, используемая на президентских выборах, оказалась весьма уязвимой для проявления существенного влияния малозначительного (с точки зрения всего электората) кандидата: наличие коллегии выборщиков, избираемых от штатов по принципу “все или ничего”, позволяло за счет небольшого перетекания голосов избирателей к независимому кандидату существенно изменять суммарное число голосов выборщиков, набираемых основными кандидатами. Другим обстоятельством, способствующим возрастанию роли независимого кандидата, явилась используемая в США процедура голосования: каждый избиратель может подать только один голос и, если этот голос адресуется независимому кандидату, лишается тем самым возможности дать сравнительную оценку основным кандидатам. Однако, a priori ниоткуда не следует, что такие избиратели оценивают основных кандидатов одинаково: если бы выбор происходил только из этих двух кандидатов, они проголосовали бы за того кандидата, чья программа ближе всего к программе предпочитаемого ими независимого кандидата. Тем самым, если бы такая информация учитывалась на выборах, то эффект оттягивания голосов от основных кандидатов фактически пропал бы: голос, поданный за независимого кандидата давал бы вклад в весьма небольшое число голосов, набираемое этим кандидатом, а наличие (в той или иной форме) оценки основных кандидатов позволило бы (в случае близости поданных за каждого из них голосов) использовать дополнительную информацию для принятия решения о победе того или иного кандидата. Тем самым уменьшилась бы роль случайных факторов (числа избирателей, использующих открепительные талоны; военнослужащих, находящихся за границей; ошибок при автоматическом или ручном пересчете голосов и т.д.) в определении победителя. Конечно, не исключена возможность, что позиции остальных кандидатов столь близки, что эти дополнительные оценки станут определяющими и тем самым ответственными за выбор, но этот случай весьма редок и должен тщательно описываться законодательными актами, чтобы в случае “почти ничьей” демократическая система выборов не могла быть торпедирована бесконечными судебными процессами, подвергающими сомнению правильность соблюдения разнообразных элементов процедуры голосования. Например, на выборах в США 2000г. возникли судебные иски со стороны демократов, требовавших ручного пересчета голосов в отдельных округах штата Флорида, потому что машина отбрасывала бюллетени, содержащие некоторые технические огрехи, были высказаны также претензии к расположению имен кандидатов в избирательном бюллетене. В свою очередь, республиканцы потребовали прекращения пересчета, и т.д.

В данной работе мы проанализируем проблему выбора из трех кандидатов, используя весьма тонкое правило самосогласованного выбора *SC* (*Self-consistent Choice*) [1], а также систему баллов Борда *BC* (*Borda Count*) (см., например, [1]), одобрительное голосование *AV* (*Approval voting*) [2] и правило относительного большинства *PV* (*Plurality Voting*) [1]. Нашей целью будет сопоставление поведения этих правил и правила относительного большинства, используемого при подведении итогов голосования в американской системе выборов.

2. Правило самосогласованного выбора для случая трех кандидатов

Пусть множество предъявления $V=\{a,b,c\}$, а мнения участников голосования $S=\{1,...,n\}$ задаются профилем $r=(r_i)_{i=1}^n$, в котором каждое r_i является некоторым ранжированием (строгим линейным упорядочением) элементов из V. Поскольку всего имеется 3!=6 перестановок элементов a, b и c, то возможное распределение избирателей по соответствующим упорядочениям можно описать следующим образом (см. табл. 1).

Табл. 1. Распределение предпочтений участников голосования

n_1^a	n_2^a	n_1^b	n_2^b	n_1^c	n_2^c
a	a	b	b	c	c
b	c	a	c	a	b
c	b	c	a	b	a

В этой таблице n_i^x $(x \in V,\ i=1,2)$ участников голосования упорядочивают кандидатов от лучшего к худшим, как это представлено соответствующим столбцом, находящимся под этим числом. Согласно указанному распределению, в процессе голосования по правилу "один человек – один голос" $s_a = n_1^a + n_2^a$ участников отдадут свои голоса кандидату a, $s_b = n_1^b + n_2^b$ – кандидату b, а $s_c = n_1^c + n_2^c$ – кандидату c. При этом выполняется $s_a > 0,\ s_b > 0,\ s_c > 0$. Согласно рассмотрению, проведенному во введении, будем считать, что основные кандидаты – a и b – получают "почти" все голоса избирателей, причем каждый из них набирает "примерно" одинаковое число голосов, т.е.

$$s_a = \left[{}^{n}\!/_{2}\right] - \alpha, \qquad s_b = \left[{}^{n}\!/_{2}\right] - \beta, \tag{1}$$

где $[\ldots]$ – целая часть числа, $|\alpha|$ и $|\beta|$ – малые по сравнению с n числа: $|\alpha|, |\beta| << n$.

Кандидат c наберет $s_c = \beta + \alpha$ голосов, если n – четное число, или $s_c = \beta + \alpha + 1$, если n – нечетное число. В обоих случаях число s_c много меньше, чем общее количество избирателей.

В дальнейшем, чтобы не усложнять изложение рассмотрением двух мало отличающихся случаев, будем считать, что n – четное число.

Правило самосогласованного выбора *(SC)* использует информацию о профиле избирателей $r = (r_i)_{i=1}^n$ следующим образом [1]. Вводятся в рассмотрение числа

$$\forall x, y \in V \quad n_{xy} = |\{i \in S : \; x r_i y\}|, \tag{2}$$

($|A|$ – число элементов в множестве A).

показывающие, какое число избирателей, согласно их предпочтениям, ставит кандидата x выше, чем кандидата y. Подчеркнем, что для несовпадающих элементов x и y справедливо

$$n_{xy} + n_{yx} = n \tag{3}$$

так как каждое r_i – ранжирование элементов из V.

На основе чисел $\{n_{xy}\}_{x,y \in V}$ строится матрица $T = (t_{xy})_{x,y \in V}$

$$T = \begin{pmatrix} n_{ab} + n_{ac} & n_{ba} & n_{ca} \\ n_{ab} & n_{ba} + n_{bc} & n_{cb} \\ n_{ac} & n_{bc} & n_{ca} + n_{cb} \end{pmatrix}. \tag{4}$$

Как это вытекает из (3), строчные суммы в матрице T постоянны и равны $2n$. Это означает, что максимальное собственное значение этой матрицы равно $2n$. Нетрудно найти левый собственный вектор матрицы T, отвечающий собственному значению $2n$.

В [3] показано, что он равен $p = (p_a, p_b, p_c)$, где

$$\begin{aligned} p_a &= n_{ab}n_{ac} + n_{ac}n_{cb} + n_{ab}n_{bc} \\ p_b &= n_{ba}n_{bc} + n_{bc}n_{ca} + n_{ba}n_{ac} \\ p_c &= n_{ca}n_{cb} + n_{ca}n_{ab} + n_{cb}n_{ba} \end{aligned} \qquad (5)$$

Согласно методу *SC*, в том случае, когда матрица *T* неразложима, компоненты *p* служат скалярным критерием, упорядочивающим элементы из *V*: элемент *x* считается лучше элемента *y*, если $p_x > p_y$.

Для вычисления элементов матрицы *T* при выполнении соотношений (1) заметим, что

$$\begin{aligned} n_{ab} &= s_a + n_1^c, \quad & n_{ba} &= s_b + n_2^c \\ n_{ac} &= s_a + n_1^b, \quad & n_{ca} &= s_c + n_2^b \\ n_{bc} &= s_b + n_1^a, \quad & n_{cb} &= s_c + n_2^a \end{aligned} \qquad (6)$$

Поскольку $s_a > 0$, $s_b > 0$, $s_c > 0$, все элементы матрицы *T* положительны, а это значит, что она неразложима. Тогда упорядочение элементов *a, b* и *c* производится согласно величинам компонент вектора (5).

Для удобства сравнения метода *SC* с другими методами, отнормируем левый собственный вектор матрицы *T* так, чтобы сумма его компонент равнялась *n*, т.е. вместо $p = (p_a, p_b, p_c)$ из (5) используем вектор $\gamma p = (\gamma p_a, \gamma p_b, \gamma p_c)$, где $\gamma(p_a + p_b + p_c) = n$.

Предполагая, что $|\alpha|, |\beta| << n$, найдем γ с точностью до членов порядка n^{-1}. Для этого в выражениях (5) отбросим члены порядка ниже, чем n^2. Имеем

$$p_a \approx n_{ab}(n_{ac} + n_{bc}); \quad p_b \approx n_{ba}(n_{bc} + n_{ac}); \quad p_c \approx 0.$$

Значит,

$$\gamma = \frac{1}{n_{ac} + n_{bc}} \simeq \frac{1}{n + n_1^a + n_1^b} \qquad (7)$$

Если все избиратели, голосующие за *a* и *b*, считают элемент *c* самым худшим, то

$$\gamma = \gamma_0 = \frac{1}{2n}$$

Если же, наоборот, все они считают, что *c* – второй по рангу элемент, то

$$\gamma = \gamma_1 = \frac{1}{n}$$

Таким образом, коэффициент γ меняется в пределах от $\frac{1}{2n}$ до $\frac{1}{n}$, т.е.

$$\gamma_0 \le \gamma \le \gamma_1 \tag{8}$$

Найдем теперь разницу Δ_{ab} компонент γp_a и γp_b, определяющую степень превосходства кандидата a над кандидатом b в правиле самосогласованного выбора в случае, когда результаты голосования удовлетворяют условию (1). С точностью до членов порядка α^2, β^2, имеем

$$\begin{aligned}\Delta^{SC}_{\{a,b\}} &= \gamma p_a - \gamma p_b \cong \frac{n}{n+n_1^a+n_1^b}(n_2^a-n_2^b)-\alpha+\beta+n_1^c-n_2^c = \\ &= -\alpha+\beta+n_1^c-n_2^c+\frac{n}{n+n_1^a+n_1^b}(-\alpha+\beta+n_1^b-n_1^a).\end{aligned} \tag{9}$$

Из формулы (9) вытекает, что при полной "поляризации" избирателей (когда электорат одного основного кандидата ставит противоборствующего ему другого основного кандидата на последнее место) разница значений критерия равна

$$\Delta^{SC}_{-}(a,b) = 2(-\alpha+\beta)+n_1^c-n_2^c, \tag{10}$$

поскольку $n_1^a = n_1^b = 0$.

Если же "поляризации" нет и оба основных кандидата стоят в верхней части ранжирований соответствующих избирателей, то

$$\Delta^{SC}_{+}(a,b) = -\alpha+\beta+n_1^c-n_2^c \tag{11}$$

так как в этом случае $n_2^a = n_2^b = 0$.

Для правила относительного большинства *(PV)* разница голосов $\Delta^{PV}(a,b)$, набираемых участниками *a* и *b*, равна

$$\Delta^{PV}(a,b) = -\alpha+\beta \tag{12}$$

как это следует из соотношений (1).

При этом следует подчеркнуть, что если бы кандидатов было только два, т.е. третий участник не оттягивал часть голосов электората на себя, эта разница равнялась бы

$$\Delta_0^{PV}(a,b) = -\alpha+\beta+n_1^c-n_2^c, \tag{13}$$

поскольку в соответствии с табл. 1, n_1^c голосов было бы дополнительно отдано кандидату a и n_2^c голосов – кандидату b.

Интересной особенностью формул (9)–(11) является то, что для *SC* даже при участии третьего кандидата, голоса избирателей как бы на него не оттягиваются (именно, слагаемое $n_1^c - n_2^c$ не теряется, как в соотношении (12)). Однако, в случае (частичной или полной) "поляризации" мнений избирателей *SC* приводит к возникновению дополнительного слагаемого $\frac{n}{n+n_1^a+n_1^b}(n_2^a - n_2^b)$, оказывающего довольно значительное влияние на результаты выборов: например, в случае полной "поляризации" мнений электората основных кандидатов и одинакового (в среднем) отношения к ним электората независимого кандидата (в этом случае $n_1^c \approx n_2^c$) разница голосов в *SC* в два раза превосходит разницу, подсчитанную по относительному большинству (см. (10) и (11)).

3. Разница в голосах при выборе по правилу Борда и в методе одобрительного голосования.

Рассмотрим множество предъявления $V=\{a,b,c\}$ и пусть мнения избирателей $S=\{1,...,n\}$ характеризуются ранжированиями, представленными в таблице 1.

Правило Борда *(BC)*, приписывая верхнему в ранжировании кандидату 2 балла, следующему за ним 1 балл и последнему 0 баллов, сопоставляет кандидатам следующие суммарные значения баллов:

$$\begin{aligned}
\rho(a) &= 2n_1^a + 2n_2^a + n_1^b + n_1^c = n_{ab} + n_{ac} = 2s_a + n_1^b + n_1^c \\
\rho(b) &= 2n_1^b + 2n_2^b + n_1^a + n_2^c = n_{ba} + n_{bc} = 2s_b + n_1^a + n_2^c \\
\rho(c) &= 2n_1^c + 2n_2^c + n_2^a + n_2^b = n_{ca} + n_{cb} = 2s_c + n_2^a + n_2^b
\end{aligned} \tag{14}$$

Подставляя в (14) выражения (1) для s_a и s_b, получим величину разности баллов $\Delta^{BC}(a,b)$ для кандидатов a и b:

$$\Delta^{BC}(a,b) = -\alpha + \beta + (n_1^c - n_2^c) + (n_2^a - n_2^b) \tag{15}$$

Сопоставляя (14) и (9), мы видим чрезвычайную похожесть выражений $\Delta^{SC}(a,b)$ и $\Delta^{BC}(a,b)$. Три первых члена, формирующие разницу, аналогичную $\Delta_0^{PV}(a,b)$, присутствуют также и в (9). Последний член $(n_2^a - n_2^b)$ содержится и в $\Delta^{SC}(a,b)$, но в несколько измененном виде.

Именно, он умножается на множитель $\frac{n}{n+n_1^a+n_1^b}$, который определяется числами голосов избирателей, ставящих основных кандидатов на первые два места. В случае полной "поляризации" этих избирателей соответствующий множитель обращается в 1 и величины $\Delta^{SC}(a,b)$ и $\Delta^{BC}(a,b)$ совпадают. Они отличаются только если имеются "неполяризованные" избиратели. В частности, если $n_1^a = n_2^b = 0$, то

$$\Delta^{SC}(a,b) \cong -\alpha + \beta + n_1^c - n_2^c + \left(\frac{n}{3} - \frac{2\alpha}{3}\right)$$

а

$$\Delta^{BC}(a,b) = -\alpha + \beta + n_1^c - n_2^c + \left(\frac{n}{2} - \alpha\right).$$

Таким образом, даже при малом расхождении в голосах избирателей, оценивающих кандидатов по принципу "один человек – один голос", правило Борда (и *SC*) может приводить к сильному увеличению превосходства одного основного кандидата над другим в случае, если электорат первого кандидата ставит другого кандидата на последнее место, а электорат второго кандидата предпочитает первого кандидата независимому. Эта важная особенность правила Борда связана с учетом "силы предпочтений" электората, обязанной присутствию независимого кандидата. Слагаемое $n/2$ в $\Delta^{SC}(a,b)$ (или $n/3$ в $\Delta^{SC}(a,b)$) позволяет избежать опасной близости результатов, набираемых претендентами, и чреватой опасной конфронтацией, возникающей между претендентами на победу в ходе подсчета голосов (примером этого является борьба за голоса выборщиков в США в 2000г.).

Рассмотрим, наконец, что дает метод одобрительного голосования (*AV* – Approval Voting) в случае трех кандидатов с условиями (1) на поданные за основных кандидатов голоса. Для нахождения решения избирателей в этом методе дополнительно к ранжированиям (см. табл.1) необходимо знать то количество кандидатов, за которых подает свой голос каждый избиратель: в случае относительного большинства, правила Борда или *SC* в этом нет нужды, так как эти методы апеллируют только к ранжированиям кандидатов. Чтобы ограничить число свободных параметров, сделаем довольно естественные предположения о поведении избирателей в случае выбора из множества трех кандидатов – двух основных и одного более слабого кандидата. Для этого обратимся к табл. 1:

а) в группах с численностями n_1^a и n_1^b участники с соответствующими ранжированиями проголосуют только за одного кандидата, так как им нет смысла идти на выборы, если они намереваются голосовать за $\{a,b\}$: голосование за a и b одновременно не повлияет на исход выборов, так как c заведомо не может стать победителем в указанных выше условиях;

b) в группе численностью n_2^a возможны две подгруппы: одна из них в количестве $\delta_a n_2^a$ $(0 \le \delta_a \le 1)$ избирателей голосует только за кандидата a, вторая – численностью $(1-\delta_a)n_2^a$ – голосует за a и c; аналогично, n_2^b можно разбить на подгруппы $\delta_b n_2^b$ (голосуют за b) и $(1-\delta_b)n_2^b$ (голосуют за b и c);

c) группа n_1^c разбивается на группу $\delta_c n_1^c$ (голосуют за c) и $(1-\delta_c)n_1^c$ (голосуют за a и c); группа n_2^c – на группу $\delta_c' n_2^c$ (голосуют за c) и $(1-\delta_c')n_2^c$ (голосуют за b и c).

С учетом предположений a)–c) общее число голосов $\sigma(x)$, которое набирает кандидат $x \in \{a,b\}$, равно

$$\begin{aligned} \sigma(a) &= n_1^a + n_2^a + (1-\delta_c)n_1^c = s_a + (1-\delta_c)n_1^c \\ \sigma(b) &= n_1^b + n_2^b + (1-\delta_c')n_2^c = s_b + (1-\delta_c')n_2^c \end{aligned} \tag{16}$$

Разница в голосах $\Delta^{AV}(a,b)$, набираемых по этому методу, равна

$$\Delta^{AV}(a,b) = -\alpha + \beta + (1-\delta_c)n_1^c - (1-\delta_c')n_2^c \tag{17}$$

Заметим, однако, что группу численностью $\left(n_1^c + n_2^c\right)$ составляют те избиратели, которые недовольны программами основных кандидатов и поддерживают независимого кандидата как выражение протеста против них: эти избиратели осознают, что кандидат c победить не может, и хотят всего лишь продемонстрировать свое негативное отношение к основным кандидатам. Поэтому δ_c и δ_c' будут близки к 1, и значит $\Delta^{AV}(a,b)$ фактически совпадает с $\Delta^{PV}(a,b)$ (см. формулу (12)).

Таким образом, результаты по AV и PV практически не будут различаться при выполнении условий (1) и предположений a)–c).

4. Заключение

Сопоставим теперь свойства различных систем подведения итогов голосования, сравнив соотношения (9), (12), (15) и (17). Для этого подставим в $\Delta^{SC}(a,b)$, $\Delta^{BC}(a,b)$ и $\Delta^{AV}(a,b)$ значение $\Delta^{PV}(a,b)$. Имеем

$$\begin{gathered}\Delta^{AV}(a,b)=\Delta^{PV}(a,b)+(1-\delta_c)n_1^c-(1-\delta_c')n_2^c \\ \Delta^{BC}(a,b)=\Delta^{PV}(a,b)+(n_1^c-n_2^c)+n_2^a-n_2^b \\ \Delta^{SC}(a,b)=\Delta^{PV}(a,b)+(n_1^c-n_2^c)+\frac{n}{n+n_1^a+n_2^a}(n_2^a-n_2^b)\end{gathered} \tag{18}$$

Из соотношений (18) видно, что разница голосов, набираемых основными кандидатами, возникает по существенно различным причинам. Число $\Delta^{PV}(a,b)$, присутствующее во всех выражениях, – это прямая разница голосов, подаваемых за кандидатов a и b. Подсчет этой величины не требует подробного знания ранжирований всех кандидатов, а только того факта, кто их них находится на самом верху упорядочения. Выявлением такого отношения избирателей к кандидатам и занимается правило относительного большинства. Вклад другого типа появляется в системах одобрительного голосования, баллов Борда и самосогласованного выбора. Он связан с учетом влияния избирателей, ставящих на первое место независимого кандидата, на величину разницы голосов, набираемых кандидатами a и b. В процедуре PV (см. (12)) этот член связывается с прямым оттоком голосов от основных кандидатов к третьему кандидату. Это явление весьма характерно для систем голосования по правилу большинства и всегда привлекает внимание в процессе проведения избирательной кампании. Независимый кандидат, играя на определенной неудовлетворенности избирателей рядом положений программ основных кандидатов, может оттянуть весьма значительное число голосов в свою пользу (достаточно вспомнить 27.4% голосов, набранных Теодором Рузвельтом на выборах 1912г. или Россом Перро – 19.0% в выборах 1992г.) и тем самым существенно повлиять на результат борьбы основных кандидатов между собой. Этот эффект полностью элиминируется в системах SC и BC (в качестве слагаемого в них входит выражение $(n_1^c-n_2^c)$, как раз равное числу оттянутых по PV голосов). Только частично этот эффект устраняется в AV: слагаемое $(1-\delta_c)n_1^c-(1-\delta_c')n_2^c$ содержит корректирующие множители $(1-\delta_c)$ и $(1-\delta_c')$, которые, как указывалось выше, будут близки к нулю. Избиратели, составляющие группы $(1-\delta_c)n_1^c$ и $(1-\delta_c')n_2^c$, голосующие по AV за $\{a,c\}$ и $\{b,c\}$, соответственно, фактически присоединяются к группам $(1-\delta_a)n_2^a$ и $(1-\delta_b)n_2^b$, т.е. не оттягивают, а делят свои голоса между основными и независимым кандидатами. Таких избирателей немного, так как факт уравнивания ими кандидатов c и a или c и b показывает, что преимущество независимого кандидата над основными в их ранжированиях весьма невелико, т.е. они не являются явными сторонниками c. Такие избиратели скорее всего просто не пойдут на выборы или, уступая воле большинства, проголосуют за одного из основных кандидатов.

Особый интерес представляет дополнительное слагаемое, присутствующее в $\Delta^{BC}(a,b)$ и $\Delta^{SC}(a,b)$ (см. (18)). Оно имеет для обоих правил схожую структуру, отличаясь в случае SC коэффициентом. Для правила Борда это слагаемое имеет вид $(n_2^a - n_2^b)$ и возникает как следствие различия в силе предпочтений избирателей при парном сравнении основных кандидатов с учетом третьего кандидата. Эти группы избирателей имеют ранжирования *(acb)* и *(bca)*, соответственно. В указанных ранжированиях элементы a и b разделены друг от друга элементом c, что выявляет более сильное неприятие кандидата-конкурента, чем в ранжированиях *(abc)* и *(bac)*. Линейная зависимость дополнительного члена связана с принципом назначения баллов в правиле Борда: например, элемент a в ранжировании *(acb)* получает 2 балла, а элемент b – 0 баллов, в то же время в ранжировании *(abc)* эти элементы получают 2 и 1 балл, соответственно. В результате, в ранжировании *(acb)* элемент a получает (по сравнению с b) на 1 балл больше, чем в ранжировании *(abc)*, что и приводит к дополнительному вкладу в $\Delta^{BC}(a,b)$ вида $(n_2^a - n_2^b)$. Важным является то обстоятельство, что построенный на совершенно других принципах метод SC практически дает тот же самый ответ, модифицируя линейный член коэффициентом, зависящим от значений n_2^a и n_2^b, причем чем больше эти значения, тем ближе коэффициент к 1. Тем самым, получает определенную поддержку выбор значений баллов в методе Борда: если их выбирать равными (2,1,0), то SC и BC близки, а если другим образом, то методы разойдутся в оценках упорядочения вариантов. Конечно, можно было бы для построения выбора прямо использовать SC, но этот метод весьма сложен математически и не дает очевидного способа построения решения: это обстоятельство лишает избирателей наглядной интерпретации "правильности" подсчета голосов, что может породить недоверие к результатам. С этой точки зрения, менее "точный" метод Борда дает близкое решение и обладает необходимой наглядностью в построениии оценки вариантов, поскольку большинство избирателей давно привыкло к численной оценке своих индивидуальных достижений (например, в школе рейтинг ученика получается на основе суммирования оценок по отдельным предметам). Преимуществом метода Борда является и то обстоятельство, что в случае расширения множества $V=\{a,b,c\}$ дополнительным числом малозначительных кандидатов, значение $\Delta^{BC}(a,b)$ не изменяется. Действительно, пусть $V=\{a,b,c, d_1,...,d_m\}$, где варианты d_i $(i=1,...,m)$ набирают очень мало голосов, так что в ранжированиях, представленных в табл. 1, они оказываются стоящими ниже элементов *a,b* и *c*. Тогда, опуская малый вклад голосов избирателей, поддерживающих кандидатов из $\{d_1,...,d_m\}$, значения скалярного критерия $\rho(a)$ и $\rho(b)$ имеют вид

$$\rho(a) = (m+2)(n_1^a + n_2^a) + (m+1)(n_1^b + n_1^c) + m(n_2^b + n_2^c)$$
$$\rho(b) = (m+2)(n_1^b + n_2^b) + (m+1)(n_1^a + n_2^c) + m(n_2^a + n_1^c),$$

поскольку в множестве, содержащем *(m+3)* варианта, метод Борда приписывает 1-ому месту *(m+2)* балла, 2-ому – *(m+1)* балл и т.д. Тогда $\Delta^{BC}(a,b) = s_a - s_b + (n_1^c - n_2^c) + (n_2^a - n_2^b)$, что совпадает с (15), так как при учете (1) $s_a - s_b = -\alpha + \beta$. Выражение $\Delta^{BC}(a,b)$, отличаясь от метода *PV* двумя дополнительными слагаемыми, позволяет полнее учесть предпочтения избирателей даже при $s_a - s_b$ близком к нулю (т.е. в случае, когда кандидаты набирают почти одинаковое число голосов избирателей). При учете влияния двух других членов получаются существенно большие значения $\Delta^{BC}(a,b)$, поскольку обращение этих членов в нуль маловероятно, если избиратели по-разному относятся к кандидатам, а дополнительные члены строятся по иным принципам, чем простая подача голосов. С этой точки зрения, метод *BC* помог бы жителям США более уверенно выразить свое отношение к основным кандидатам в президенты, и тем самым избежать того неприятного состояния, в котором оказалась их избирательная система в 2000г.

Литература

1. Левченков В.С. Элементы эргодической теории с приложениями к проблемам выбора, часть II. М.: Изд-во факультета ВМиК МГУ, 1997, 179 стр.
2. Brams S.J., and Fishburn P.C. Approval Voting. Birkhauser, 1982.
3. Гривко И.Л. Некоторые свойства правила самосогласованного выбора. В кн. "Проблемы выбора. Теория и приложения" под ред. О.А. Коссова и Л.А. Шоломова. М.: Эдиториал УРСС, 1998, 48-62.