

М.М. Мизотин

ДЕТЕКТИРОВАНИЕ ГРАНИЦ С СУБПИКСЕЛЬНОЙ ТОЧНОСТЬЮ ДЛЯ ЗАДАЧИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ ПО ПРОФИЛЮ ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ КАПЛИ*

1 Введение

Определение поверхностного и межфазного натяжения жидкостей по изображению профиля осесимметричной капли является широко известным и хорошо себя зарекомендовавшим методом. Он обладает уникальными достоинствами, например, возможность бесконтактного измерения, что делает его в ряде случаев незаменимым. Суть метода состоит в следующем: капля помещается на горизонтальную подложку (метод лежащей капли) или подвешивается на капиллярной трубке (метод висящей капли) и затем изучается её фотография в профиль. Измерение геометрических параметров равновесной капли, форма которой определяется соотношением плотности и поверхностного натяжения жидкости, позволяет восстановить искомое поверхностное натяжение, а также точно определить контактный угол, необходимый для изучения смачивания.

Фундаментальные основы метода были заложены еще Башфортом и Адамсом в работе [1], посвященной решению прямой задачи для лежащей капли. Ими были получены решения прямой задачи для различных значений параметров и составлены соответствующие таблицы. Пользуясь такой таблицей можно было по экспериментально измеренному профилю капли с помощью интерполяции найти приближенные значения параметров. Метод стал по-настоящему популярным и начал активно применяться лишь с появлением доступной вычислительной техники, которая позволяла автоматизировать процесс подгонки параметров капли под экспериментальные точки. Из-за недостатка вычислительной мощности первые программные реализации [2] ограничивались подгонкой параметров по таблицам в заранее фиксированных точках на контуре капли, но, довольно скоро, был предложен современный вариант метода [3], основанный на решении обратной задачи для уравнения Юнга-Лапласа в случае осесимметричной капли (Axisymmetric Drop Shape Analysis, ADSA).

К настоящему времени в связи с распространением и доступностью средств цифровой регистрации изображений стала возможной полная ав-

* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 12-01-31346-мол_a

томатизация данного метода, что, фактически, устранило его основной недостаток – трудоёмкость. После разработки второго поколения метода ADSA [4], устранившего недостатки алгоритма работы [3], фактически, основным вопросом данного способа измерений стал вопрос качества исходных изображений и методов определения контура капли, что отмечено в работе [5]. Также, появление различных вариантов экспериментальной методики, в частности, съёмки дисперсных растворов, жидких металлов при высокой температуре, вращающихся капель и прочих, требует разработки универсального метода для надежного определения положения контура капли в широком диапазоне условий, при наличии шума и, возможно, посторонних объектов.

Целью данной работы является систематическое изучение факторов, влияющих на точность определения контуров на изображении и разработка алгоритма, обеспечивающего максимально возможную точность определения контуров в заданных условиях съёмки. В первой части статьи рассматривается модель формирования изображения контура на цифровом сенсоре с учетом размытия контура оптической системой, изучаются возможные источники систематических ошибок и предлагаются способы борьбы с ними. Предложенные модификации алгоритма являются универсальными и могут быть использованы для большого количества других фотограмметрических задач.

Во второй части работы рассматривается этап калибровки камеры с помощью калибровочных объектов известного размера и заданной формы. Результаты калибровки камеры непосредственно влияют на точность всех рассчитываемых по изображению капли физических величин, поэтому для определения масштаба был предложен специализированный алгоритм, явно использующий модель калибровочного объекта, обеспечивающий необходимую точность даже при наличии на изображении большого количества шума. Наконец, в третьей части статьи рассматриваются модификации численного метода решения обратной задачи для уравнения Юнга-Лапласа, направленные на улучшение быстродействия и устойчивости алгоритма на реальных изображениях. Предложен новый способ задания начального приближения для висящих капель, работающий в максимально широком диапазоне форм капель, что также повышает скорость и надежность для случая висящих капель.

2 Детектирование границ с субпиксельной точностью

Границей принято называть резкий перепад яркости на изображении, однако данное определение не является строгим. В данной работе границей на изображении будем считать кривую, соответствующую границе реальных объектов на изображении, при этом её профиль интенсивности по нормали задается одномерной моделью границы. В простейшем

случае моделью границы можно считать ступенчатую функцию, и, соответственно, истинным положением границы является точка разрыва, соответствующая физической границе между 2 объектами. В реальной ситуации, безусловно, модель ступенчатой граница неприменима, так как она не учитывает размытие, вносимое оптической системой.

В задачах технического зрения и фотограмметрии при определении положения границ на изображении на первый план выходят требования точности. Поскольку часто увеличить разрешение снимков в практических задачах дорого или невозможно вообще, требуется выделить границы с максимально возможной точностью, вплоть до 0,1 пикселя и точнее.

В настоящее время стандартом де-факто для выделения границ на изображении стал метод Кэнни [6], однако в оригинальной работе был предложен лишь детектор, работающий с точностью до целого пикселя. Вопрос субпиксельного уточнения границ на изображении широко изучался в литературе, для чего был предложен ряд методов, большинство из которых рассматривали ступенчатую модель края, предложенную в работе [7]. При этом, работы, основанные на подходе с использованием различных моментов, [7, 8] даже в случае идеальной границы приводят к систематической ошибке, зависящей от субпиксельного сдвига и угла поворота границы, требующей компенсации с помощью таблицы поправок. Данные поправки подходят только для рассмотренной модели, и для размытой границы потребуется добавление третьего измерения (уровень размытости) в таблицу поправок, что делает метод вычислительно неэффективным и практически малоприменимым, поскольку уровень размытия границы заранее неизвестен.

С точки зрения эффективности и простоты реализации процедура субпиксельного уточнения, интегрированная непосредственно в метод Кэнни, предложенная в работе [9], намного превосходит ранее предложенные подходы. В работе показано для случая одномерной границы, что параболическая интерполяция модуля градиента изображения позволяет определить точное положение границы как координату максимума параболы. Однако, утверждение работы о применимости данного подхода к любым симметрично размытым границам верно лишь в непрерывном случае, то есть не для реальных дискретных изображений. Наличие систематических ошибок в данном методе подтверждено в работах [10, 11]. К сожалению, в работе [10] опять рассматривалась модель ступенчатой границы и зависимость ошибки только от угла поворота, а в работе [11], напротив, анализировалась лишь ошибка для модели размытого контура без учета поворота, при этом в качестве тестового изображения использовалось усреднение 1000 фотографий с реальной камеры. В таком случае, во-первых, неизвестно истинное положение границы (оно определялось методом наименьших квадратов), во-вторых, невозможно разделить вклад в

систематическую ошибку зависимости метода от ориентации границы от ошибки, вызванной интерполяцией.

Таким образом, для изучения точности и разработки метода свободного от систематических ошибок, необходимо сгенерировать синтетические изображения с полностью контролируемыми параметрами границы: субпиксельный сдвиг, угол поворота, степень размытости. Для изучения эффектов двумерных краев также необходимо генерировать границы заданной кривизны. При этом необходимо полностью смоделировать процесс регистрации изображения на цифровом сенсоре.

Отдельно стоит отметить подход к детектированию размытых границ с помощью явного подбора параметров модели по данному изображению [12, 13]. Положение границы при таком подходе определяется нелинейным методом наименьших квадратов, при этом минимизируется разность между теоретической яркостью границы и реально наблюдаемой на изображении. Очевидным недостатком такой схемы является многократно возросшая вычислительная сложность метода, а также необходимость использования достаточно большой окрестности изображения для минимизации в каждой точке границы. При попадании в эту область других границ или неоднородностей точность резко ухудшается. Метод Кэнни меньше подвержен влиянию близко лежащих границ за счет гауссова взвешивания окрестности при вычислении производной.

3 Синтез модельных изображений для тестирования детектора границ

Рассмотрим процесс формирования изображения границы на цифровом сенсоре. Можно допустить, что изначально физическая граница действительно является ступенчатой, например, был сфотографирован край белого листа бумаги на черном фоне. Тогда профиль интенсивности такой границы по нормали к ней задается функцией (для простоты считаем величину скачка интенсивности единичной)

$$p_{step}(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ 1, & t \geq 0. \end{cases} \quad (1)$$

Если пренебречь размытием, вносимым оптической системой, то на сенсоре будет регистрироваться изображение с субпиксельным сдвигом ρ , повернутое относительно камеры на угол θ :

$$I(x, y) = p_{step}(x \cos \theta - y \sin \theta + \rho). \quad (2)$$

Затем происходит интегрирование интенсивности на пикселях светочувствительной матрицы и дискретизация функции

$$I_{ij} = \int_{x_j-0.5}^{x_j+0.5} \int_{y_i-0.5}^{y_i+0.5} p_{step}(x \cos \theta - y \sin \theta + \rho) dx dy. \quad (3)$$

Здесь считается, что изображение задано на сетке пикселей (x_j, y_i) , $i = \overline{-N, N}$, $j = \overline{-M, M}$. Данная модель, фактически, соответствует модели границы из работы [7].

Учет размытия оптической системой, как правило, моделируется с помощью функции ошибок (см. например, [12, 13] и др.). При этом профиль одномерной границы задается формулой

$$p_{erf}(t; \sigma) = 0.5(1 + \Phi(t/\sqrt{2}\sigma)), \quad \Phi(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^t \exp\{-z^2\} dz. \quad (4)$$

Поскольку обычно размытие оптической системой можно считать изотропным, то двумерную границу можно моделировать, заменив профиль в формуле (1) на размытый профиль (4). Таким образом, изображение размытой границы задается формулой

$$I_{ij}^\sigma = \int_{x_j-0.5}^{x_j+0.5} \int_{y_i-0.5}^{y_i+0.5} p_{erf}(x \cos \theta - y \sin \theta + \rho) dx dy. \quad (5)$$

Формула (5), в отличие от формулы (3), не интегрируется в квадратах, поэтому для синтезирования изображения интегралы (5) вычислялись с помощью квадратурных формул с контролем точности.

Таким образом, с помощью формул (1)-(3) или (4)-(5) мы получим изображение, где в центральном пикселе проходит граница с известными углом наклона и субпиксельным сдвигом (см. рис. 1а).

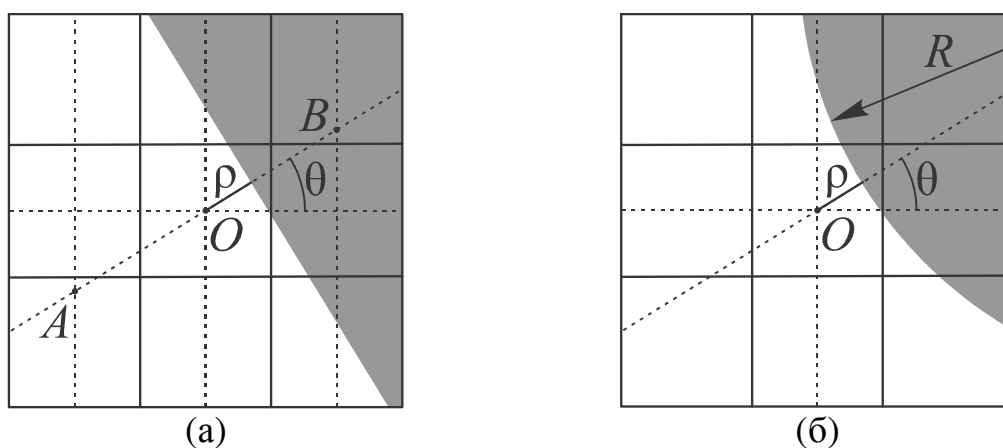


Рисунок 1. Схема синтезирования идеальной границы на изображении с заданными углом поворота, субпиксельным сдвигом и кривизной. а) прямая граница, б) граница с радиусом кривизны R

4 Синтез изображений с границами заданной кривизны

Модели, представленные в формулах (3), (5), позволяют синтезировать границы с контролируемым субпиксельным сдвигом и углом наклона, но при этом, фактически, рассматривается одномерный случай, так как

границы считаются прямыми линиями. В реальных изображениях, безусловно, встречаются и не прямые границы. Причем, если кривизна границы в рассматриваемой точке и её окрестности отлична от нуля, любой детектор границ, построенный исходя из моделей (3) или (5), будет ошибаться в определении субпиксельного сдвига, так как предположение модели о прямоте границы не выполнено. Для исследования величины этого эффекта необходимо синтезировать изображения границы с заданной кривизной в точке.

В качестве простого случая искривленной границы предлагается синтезировать изображение круга радиуса R так, чтобы в рассматриваемом пикселе O его граница проходила с теми же параметрами ρ, θ , что и граница, построенная по модели (5), как на рис. 1б. Для простоты изложения рассмотрим исходное изображение круга с параметрами $\rho = 0, \theta = 0$:

$$C^R(x, y) = \begin{cases} 1, & (x-R)^2 + y^2 \leq R, \\ 0, & (x-R)^2 + y^2 > R. \end{cases}$$

Основное отличие в синтезе такого изображения от предыдущих моделей – это необходимость моделировать размытие в двух измерениях даже в случае симметричного ядра, так как исходный объект двумерный. Рассмотрим гауссово размытие круга радиуса R . Размытое изображение задается формулой

$$\begin{aligned} I_{circ}(x, y) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\xi^2 + \eta^2}{2\sigma^2}} C^R(x - \xi, y - \eta) d\xi d\eta = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \left[e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} p(x - \xi; y) \int_{y - \sqrt{R^2 - (R - (x - \xi))^2}}^{y + \sqrt{R^2 - (R - (x - \xi))^2}} e^{-\frac{\eta^2}{2\sigma^2}} d\eta \right], \end{aligned} \quad (6)$$

где $p(t; y_0)$ – «срез» круга вдоль прямой $y = y_0$. Поскольку ядро размытия и функция $C^R(x, y)$ радиально симметричны, то профиль границы будет также радиально симметричен относительно центра круга $(R, 0)$. Вычислим профиль вдоль прямой $y = 0$:

$$\begin{aligned} I_{circ}(x, 0) &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\xi^2}{2\sigma^2}} p(x - \xi; 0) \sqrt{2\pi}\sigma \Phi\left(\frac{\sqrt{R^2 - (R - (x - \xi))^2}}{\sqrt{2}\sigma}\right) d\xi = \\ &= \sqrt{2\pi}\sigma \int_x^{x+2R} e^{-\frac{\xi^2}{2\sigma^2}} \Phi\left(\frac{\sqrt{R^2 - (R - (x - \xi))^2}}{\sqrt{2}\sigma}\right) d\xi = p_{circ}(x; \sigma, R). \end{aligned} \quad (7)$$

Получив профиль интенсивности границы круга, можно синтезировать размытое изображение круга по формуле:

$$C_{ij}^{\sigma,R} = \int_{x_j-0.5}^{x_j+0.5} \int_{y_i-0.5}^{y_i+0.5} p_{circ}(R - \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}; \sigma, R) dx dy, \quad (8)$$

$$x_0 = (R - \rho) \cos \theta, y_0 = -(R - \rho) \sin \theta.$$

Профиль (7) не интегрируется в квадратурах, однако может быть легко проинтегрирован численно. Так как $p_{circ}(x; \sigma, R) = p_{circ}(x; k\sigma, kR)$, причем зависимость от отношения R/σ гладкая, монотонная и медленно меняющаяся, с целью повышения вычислительной эффективности для расчета по формуле (8) функцию $p_{circ}(x; R/\sigma)$ можно задать таблично с достаточной степенью точности. В любом случае, данная операция необходима только для создания тестовых изображений и возможен расчет по формулам (7)-(8) без аппроксимаций.

На рис. 2. представлена функции $p_{circ}(t; \sigma, R)$ и, для сравнения, функция $p_{erf}(t; \sigma)$ с одинаковым параметром размытия $\sigma = 2$ при $R = 10$. При больших значениях R и, соответственно, малой кривизне, профиль границы $p_{circ}(t; \sigma, R)$ сходится к $p_{erf}(t; \sigma)$, как и ожидалось. При увеличении кривизны границы наблюдается дрейф профиля в сторону центра круга, однако он не сводится к константному сдвигу, следовательно,

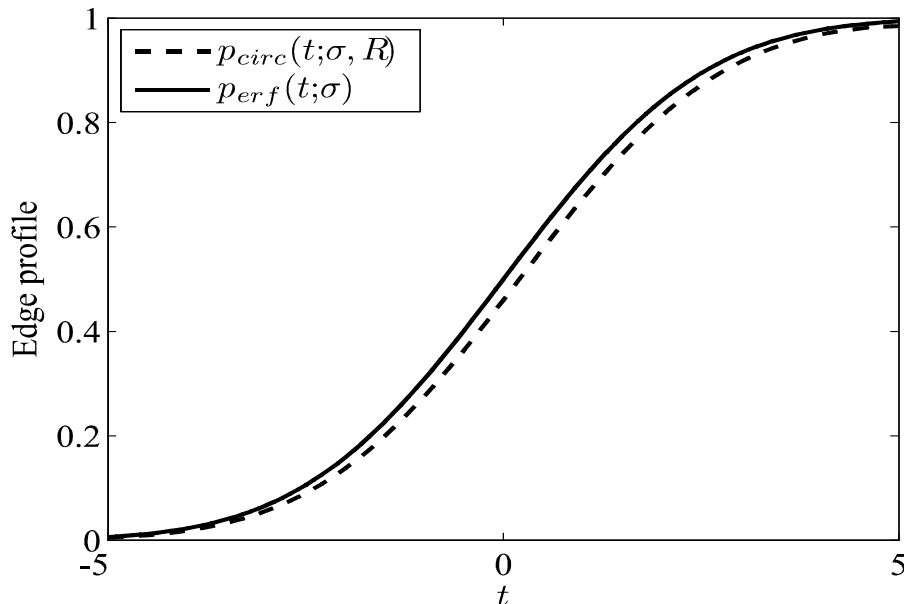


Рисунок 2. Сравнение профиля края размытой прямой границы $p_{erf}(t; \sigma)$ и размытой границы круга $p_{circ}(t; \sigma, R)$, $\sigma = 2$, $R = 10$.

аппроксимация с помощью функции ошибок некорректна, и синтез модельных изображений возможен только с помощью формул (7)-(8). Эффект сдвига положения контура был также отмечен в работе [14].

5 Исследование точности и компенсация ошибок в определении положения границ

Рассмотрим подробно метод Кэнни [6] и проведем анализ точности его работы. Стандартная реализация метода состоит из следующих шагов:

1. Сглаживание исходного изображения $I(x, y)$ путём свертки с функ-

$$\text{цией Гаусса } G(x, y; \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right\}.$$

2. Вычисление производных размытого изображения $I_x = \frac{\partial}{\partial x}(I * G)$,

$$I_y(x, y) = \frac{\partial}{\partial x}(I * G). \text{ Этапы 1-2 часто совмещают, т.к.}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(I * G) = I * \frac{\partial G}{\partial x}.$$

3. Поиск локальных максимумов модуля градиента $|\nabla I| = \sqrt{I_x^2 + I_y^2}$ в направлении вектора градиента (I_x, I_y) . Данная процедура называется Nonmaxima Suppression (NMS), её схема представлена на рис. 1а. Для поиска локального максимума модуль градиента билинейно интерполируется в точки A, B , построенные на пересечении линии, заданной градиентом (I_x, I_y) и осями соседних левых или правых столбцов пикселей изображения (либо верхней и нижней строк при $\theta > 45^\circ$). Если значение в точке O больше, то рассматриваемый пиксель является элементом границы.
4. Пороговое ограничение пикселей границ с 2 порогами (гистерезис).
5. Субпиксельное уточнение.

Как было показано в работе [9], в непрерывном случае для одномерной границы параболическая интерполяция по модулю градиента в точках A, O, B (рис. 1) позволяет определить точное положение границы.

$$\rho = \frac{f(A) - f(B)}{2(f(A) - 2f(O) + f(B))}, \quad f(x, y) = |\nabla I(x, y)|. \quad (9)$$

Однако, при дискретизации границы и наличии субпиксельного сдвига симметричность нарушается, что приводит к ошибке измерения. Для определения величины ошибки были проведены численные эксперименты с моделью края (5) при уровнях размытости $\sigma = 0.5 - 8.0$. Уровень размытости $\sigma < 0.5$ не встречается на реальных снимках. На рис. 3а при-

ведены графики ошибок $\Delta\rho$ при различных субпиксельных сдвигах ρ . В данном эксперименте для исключения зависимости от угла был выбран $\theta = 0$, то есть, фактически, рассматривается одномерный случай.

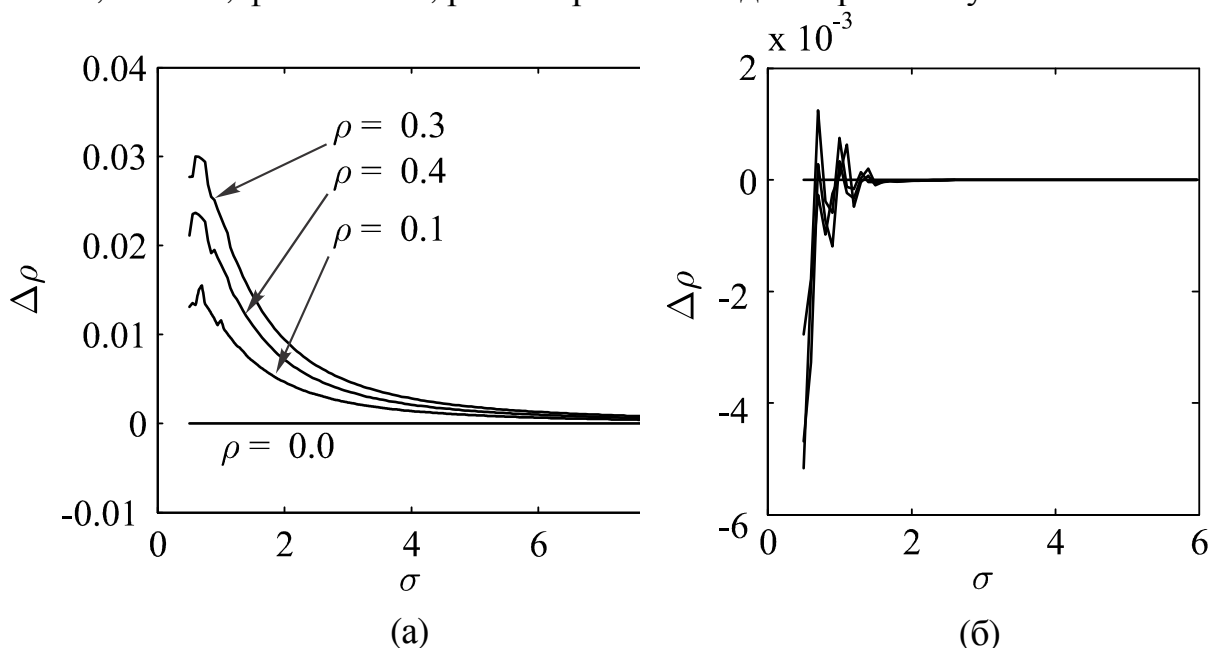


Рисунок 3. Ошибка определения положения контура в зависимости от его размытости при различных субпиксельных сдвигах. а) до компенсации, б) после

По результатам экспериментов можно сделать следующие выводы. При точном попадании границы на центр пикселя метод (9) точен, что соответствует результатам работы [9]. Существует систематическая ошибка при наличии субпиксельного сдвига границы, причем ошибка достигает максимума при небольших уровнях размытия (чаще всего встречается на практике). Характер зависимости ошибки от уровня размытия при разных субпиксельных сдвигах практически одинаков. Максимальная ошибка наблюдается при сдвиге $\rho \approx 0.34$. Такую монотонную зависимость можно скомпенсировать с помощью таблицы поправок, если оценить уровень размытости края, например, с помощью алгоритма [15].

Существует более простое решение, для чего надо обратиться к схеме метода Кэнни и формуле (9). Если рассматривать модель границы (5), то после гауссова размытия вид модели сохраняется, меняется лишь параметр σ . Таким образом, на шаге 2 производная границы является функцией гаусса, причем максимум соответствует положению границы. Очевидно, что параболическая аппроксимация (9) неточна. Однако её легко исправить, если провести аппроксимацию в логарифмическом масштабе, так как после этого задача сводится к параболической интерполяции:

$$\rho = \frac{f(A) - f(B)}{2(f(A) - 2f(O) + f(B))}, \quad f(x, y) = \ln|\nabla I(x, y)|. \quad (10)$$

Результат после компенсации приведен на рис. 3б. Максимальная ошибка после модификации не превышает 0.005 пикселя, причём этот подход не требует знания уровня размытия границы и не зависит от ρ . Остаточная ошибка обусловлена интегрированием на пикселях сенсора, однако её величина при типичных параметрах размытия $\sigma = 1.0 - 2.0$ не превышает 10^{-4} пикселя. На реальных изображениях ошибка такой величины уже не будет играть значительной роли из-за наличия шума.

6 Инвариантность детектора к повороту изображения

Важнейшим свойством детектора границ является инвариантность к повороту изображения. Для тестирования детектора был проведён эксперимент также с использованием модели (5), были сгенерированы изображения для всех углов θ при $\rho = 0$ и при $\rho = 0.3$. Вычислительные эксперименты показали, что способ поиска локальных максимумов градиента, изображенный на рис. 3а не является полностью инвариантным к повороту. Вследствие асимметричности интерполяции при углах, отличных от 0 и 90 градусов, наблюдается систематическое смещение, его графики приведены на рис. 4. Причём, даже использование более точной для одномерного случая формулы (10) не компенсирует зависимость от ориентации границы относительно пиксельной сетки.

Очевидно, что симметричным способом является использование всех 9 пикселей в окрестности 3×3 пикселя границы, такой способ упоминался в работе [16]. Обозначим значение модуля градиента в них $\mathbf{v} = [v_1, v_2, \dots, v_9]^T$. Расстояние от центра пикселей окрестности до линии границы, проходящей около центрального пикселя под углом θ равно $d_i = \Delta x_i \cos \theta - \Delta y_i \sin \theta$, где $\Delta x_i, \Delta y_i$ – расстояния от i -го до центрального пикселя по горизонтали и вертикали соответственно. Тогда, принимая аналогично формуле (10) профиль модуля градиента границы за функцию гаусса $v = \exp\{ad^2 + bd + c\}$, $\mathbf{a} = [a, b, c]^T$, можно записать модель границы для окрестности в матричном виде

$$\ln \mathbf{v} = D\mathbf{a}, \quad D_{i,j} = (d_i)^j, \quad i = \overline{1, 9}, \quad j = \overline{0, 2}. \quad (11)$$

Для заданных значений \mathbf{v} решение можно выписать в явном виде методом наименьших квадратов:

$$\mathbf{a} = (D^T D)^{-1} D^T \ln \mathbf{v}. \quad (12)$$

Поскольку все $\Delta x_i, \Delta y_i$ равны 0, 1, -1, возможно все матричные операции (12) проделать заранее и получить явное выражение для параметров модели (11), а также для координаты максимума параболы, что было сделано в работе [16]. Явный вид субпиксельного сдвига задается формулой

$$\rho = -\frac{6 \cos^2 \theta \sin \theta + 1}{2} \frac{\sum_{i=1}^9 d_i \ln v_i}{\sum_{i=1}^9 (3d_i^2 - 2) \ln v_i}. \quad (13)$$

Как видно из рисунка 4, использование всех 9 пикселей окрестности для оценки модели повернутой функции Гаусса позволяет получить выражение для субпиксельного сдвига, инвариантное к углу поворота границы.

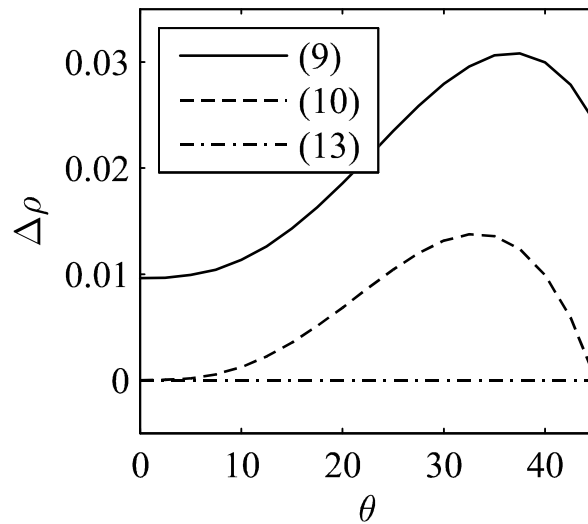


Рисунок 4. Ошибка $\Delta\rho$ в определении субпиксельного сдвига границы в зависимости от её угла θ относительно пиксельной сетки разными методами.

7 Компенсация ошибок определения положения границ ненулевой кривизны

Рассмотренные выше механизмы возникновения погрешностей в определении положения границы были связаны непосредственно с самим детектором. Учёт механизма формирования изображения на сенсоре позволил получить формулу для субпиксельного сдвига, практически свободную от систематических погрешностей для прямых границ, то есть границ с нулевой кривизной. Однако при использовании данных формул для границ с ненулевой кривизной при их размытии максимум модуля градиента границы сдвигается в сторону центра кривизны. Для установления характера и количественных характеристик зависимости сдвига были сгенерированы изображения по формуле (8), затем был применен детектор границ с субпиксельным уточнением по формуле (13). Поскольку в формулах (7)-(8) зависимость от σ, R фактически сводится к зависимости от R/σ , для эксперимента уровень размытия был зафиксирован ($\sigma = 2$) и менялся лишь радиус кривизны. Результаты эксперимента представлены на рис. 5. Выяснилось, что сдвиг, вызванный кривизной грани-

цы, зависит от кривизны линейно с точностью до 10^{-5} пикселя и может быть вычислен по формуле

$$\Delta\rho \approx \frac{1.4188 \cdot \sigma}{R}. \quad (14)$$

Линейная зависимость сохраняется пока возможно применение формулы (7), то есть пока «размер» ядра размытия меньше радиуса кривизны. При дальнейшем уменьшении размера круга линейная зависимость нарушается, но такая ситуация соответствует очень высокой степени размытости изображения, когда размер объекта сравним с радиусом размытия. В практических приложениях такая ситуация встречается редко, и в таком случае для определения положения границ необходимо учитывать форму объекта, то есть моделирование с помощью формул (7)-(8) нецелесообразно.

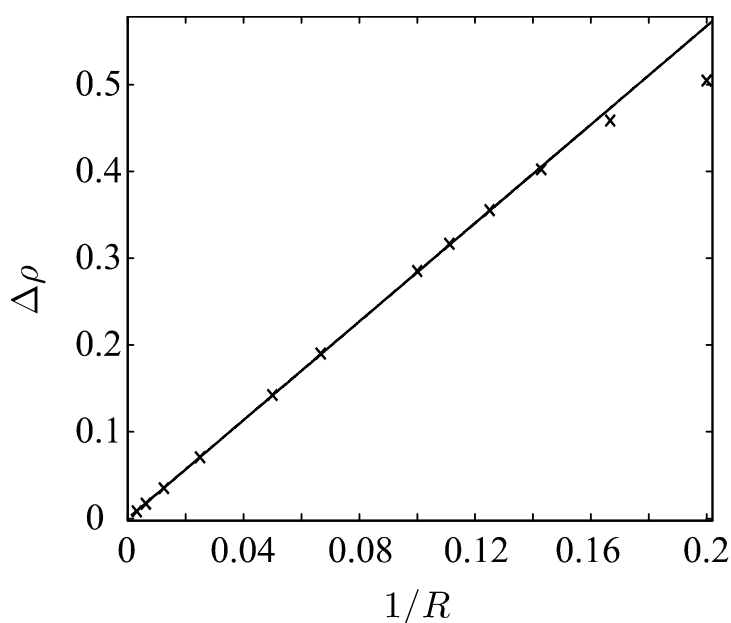


Рисунок 5. Ошибка $\Delta\rho$ в определении субпиксельного сдвига в зависимости от кривизны границы $1/R$ при уровне размытия $\sigma = 2$.

Таким образом, зная кривизну границы в пикселе можно легко компенсировать погрешность детектора по формуле (14). Для оценки кривизны границ на изображении существуют методы, основанные, как и детектор Кэнни, на вычислении частных производных изображения [17]. Но такой способ расчета кривизны границ требует вычисления четвертых частных производных исходного изображения. На реальном зашумленном изображении оценка кривизны, полученная таким способом, неустойчива и недостаточно точна. В работе [18] также было отмечено, что глобальные методы расчета кривизны границ существенно превосходят локальные методы на основе операторов численного дифференцирования изображе-

ния. Поэтому в данной работе компенсация ошибок, связанная с кривизной, производится после детектирования и векторизации границ. Результаты детектора (13), полученные в виде набора точек $(x_i, y_i), i = 1, N$, аппроксимируются кубическим В-сплайном

$$S(t) = [x(t), y(t)]: \sum_{i=1}^N [(x(t_i) - x_i)^2 + (y(t_i) - y_i)^2] < \delta$$

по аналогии с работами [19, 20]. Величина ошибки δ устанавливается в соответствии с количеством экспериментальных точек и известной средней ошибкой детектора контуров. Для полученного сплайна кривизна

$\kappa = \frac{x'y'' - x''y'}{(x'^2 + y'^2)^{3/2}}$ вычисляется аналитически по известным коэффициентам.

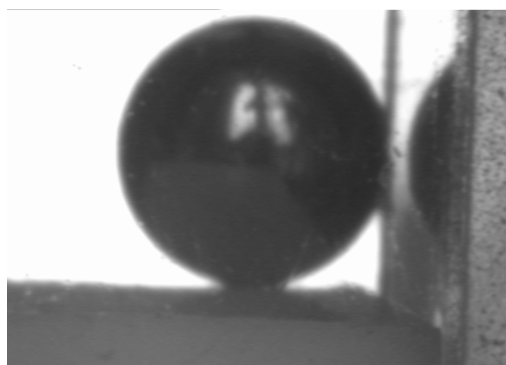
Узлы сплайна t_i соответствуют длине аппроксимируемой кривой и заранее неизвестны, поэтому производится их итеративное уточнение. Хорошим начальным приближением для узлов сплайна являются длины отрезки ломаной, заданной точками границы

$$t_i = \sqrt{(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2}, \quad x_0 = 0, y_0 = 0, i = 1, N.$$

Экспериментально установлено, что координаты узлов сплайна сходятся уже на 2-4 итерации.

8 Калибровка камеры

Калибровка камеры является важнейшей частью методов измерения любых характеристик по изображению, так как от точности калибровки напрямую зависит точность измерения реальных физических параметров. Процедура калибровки камеры по масштабу производится следующим образом. Установка для съемки капли приводится в рабочее состояние, и на место, где будет расположена измеряемая капля жидкости, на том же



(а)



(б)

Рисунок 6. Примеры калибровочных объектов для определения масштаба камеры: а) прецизионный шарик, 3мм; б) объект-микрометр

удалении от камеры необходимо поместить некоторый объект с известными заранее размерами. При этом форма объекта должна быть удобной для автоматической обработки, чтобы исключить ручной ввод данных.

В данной работе в качестве удобных для практического применения были выбраны два варианта: калибровка по прецизионному шарик (рис. 6а) и калибровка по объект-микрометру (рис. 6б). Оба типа калибровочных объектов имеют точность геометрических размеров, превышающую разрешающую способность большинства камер, применимых для съемки капель, поэтому могут быть применены для калибровки камеры.

Схема алгоритма расчета калибровки по изображению калибровочного объекта выглядит следующим образом:

1. Выделение границ на изображении.
2. Автоматическое определения границы калибровочного объекта по его модели.
3. Субпиксельное уточнение модели калибровочного объекта непосредственно по исходному изображению.

Этап первоначального выделения границ производится методом Кэнни, аналогично выделению границ капли. Границы векторизуются в связанные контуры, то есть наборы последовательно идущих точек $X_k = \{(x_0^k, y_0^k), (x_1^k, y_1^k), \dots, (x_{N_k}^k, y_{N_k}^k)\}$ $k = \overline{1, K}$. Среди выделенных контуров присутствует один, соответствующий калибровочному объекту, остальные же являются контурами посторонних объектов (подложка, капилляр и т.д.). Однако, простота формы калибровочного объекта дает возможность провести быстрый автоматический выбор нужного контура среди всех обнаруженных на изображении. Этот контур является хорошим начальным приближением положения калибровочного объекта для третьей стадии алгоритма. Для достижения максимальной точности производится непосредственная оптимизация наложения модели калибровочного объекта на исходное изображение. Поскольку второй и третий этапы зависят от формы калибровочного объекта, рассмотрим их по отдельности.

Калибровка камеры по прецизионному шарик

Прецизионный шарик является отличным инструментом для калибровки масштаба в случае лежащей капли, так как может быть помещен непосредственно в то же место, что и капля, и при этом не требует специального позиционирования. Модель шарика на изображении описывается всего тремя параметрами: координаты центра (x_0, y_0) и радиус R . Для каждого контура X_k необходимо найти его наилучшее приближение окружностью:

$$(x_k, y_k, R_k) = \arg \min_{(x_k, y_k, R_k)} \sum_{i=1}^{N_k} \left(R - \sqrt{(x_i^k - x_k)^2 + (y_i^k - y_k)^2} \right)^2. \quad (15)$$

Среди контуров X_k , удовлетворяющих модели окружности (15) с ошибкой не больше заданной, выбирается контур с наибольшим количеством точек, он и будет соответствовать калибровочному шарикю.

Субпиксельное совмещение модели объекта с изображением

Поскольку на исходном изображении $I(x, y)$ внутренняя часть калибровочного объекта может иметь различную интенсивность из-за различных условий освещения, а также с целью вычислительной оптимизации, при совмещении модели с изображением наиболее эффективно рассматривать только граничную область калибровочного объекта.

Поскольку модуль градиента максимален на границе, для субпиксельной локализации модели будем максимизировать интеграл модуля градиента под контуром теоретической модели. Для исключения влияния объектов, перекрывающихся с калибровочным объектом (посторонние предметы, пыль и прочее), будем учитывать только нормальную к контуру составляющую градиента:

$$F = \oint \left[\frac{\partial I(x, y)}{\partial x}, \frac{\partial I(x, y)}{\partial y} \right] \cdot \vec{n}(x, y) dt \rightarrow \max. \quad (16)$$

В случае уравнения окружности

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + R \cos t, \\ y(t) = y_0 + R \sin t, \end{cases} \quad t = [0, 2\pi], \quad (17)$$

и соответствующая нормаль

$$\vec{n}(x(t), y(t)) = (-\sin t, \cos t). \quad (18)$$

Интегрирование в формуле (16) производится с дискретизацией в каждом пикселе, через который проходит контур модели. При интегрировании естественным образом учитывается удаленность пикселя изображения от теоретического контура: значение в пикселе берется с весом, соответствующим удалению центра пикселя от контура.

Калибровка камеры по объект-микрометру

В ряде случаев калибровка по объект-микрометру удобнее калибровки по шарикю. Объект-микрометр представляет собой нанесенный на прозрачный носитель прямоугольник с микрометрической линейкой вдоль длинных сторон (см. рис. 6б). Как правило, объект-микрометр несложно закрепить в нужном месте в широком диапазоне условий, как для висячих капель, так и в дисперсных системах.

С точки зрения первичного детектирования прямоугольник является более сложным объектом, чем окружность, так как его модель описывается 5-ю параметрами (x_0, y_0, a, b, α) : координаты центра, длины 2-х сторон и угол наклона относительно оси x . Однако, прямоугольник можно пред-

ставить в виде 4 линий – существенно более простых примитивов, описываемых 2-мя параметрами каждая. Задача детектирования прямых линий эффективно решается с помощью преобразования Хафа [21]. Результат работы преобразования Хафа представлен на рис. 3.8.

После детектирования отрезков прямых линий с помощью преобразования Хафа остается отфильтровать отрезки, для которых нет перпендикулярных им отрезков (то есть они не могут принадлежать прямоугольнику); далее по оставшимся отрезкам определить параметры прямоугольника (x_0, y_0, a, b, α) . Как и в случае с калибровочным шариком, данное грубое приближение не обеспечивает достаточной точности, и требуется субпиксельное совмещение модели прямоугольника непосредственно с исходным изображением. Процедура совмещения аналогична окружности (16), за исключением формул (17)-(18), вместо них используется модель прямоугольника:

$$\begin{cases} x(t) = x_0 - a/2 + at \cos \alpha, t = [0,1], \\ y(t) = y_0 - b/2 + at \sin \alpha, t = [0,1], \\ x(t) = x_0 + a/2 - b(t-1) \sin \alpha, t = [1,2], \\ y(t) = y_0 - b/2 + b(t-1) \cos \alpha, t = [1,2], \\ x(t) = x_0 + a/2 - a(t-2) \cos \alpha, t = [2,3], \\ y(t) = y_0 + b/2 - a(t-2) \sin \alpha, t = [2,3], \\ x(t) = x_0 - a/2 - bt \cos \alpha, t = [3,4], \\ y(t) = y_0 + b/2 + bt \sin \alpha, t = [3,4]. \end{cases} \quad (19)$$

$$\vec{n}(x(t), y(t)) = \begin{cases} (\cos \alpha, \sin \alpha), t \in [0, 1], \\ (-\sin \alpha, \cos \alpha), t \in [1, 2], \\ (-\sin \alpha, -\cos \alpha), t \in [2, 3], \\ (-\cos \alpha, \sin \alpha), t \in [3, 4]. \end{cases} \quad (20)$$

9 Алгоритм определения параметров капли по её профилю

Для нахождения поверхностного натяжения, контактных углов и других параметров капли в качестве основного метода используем метод работы [4]. В случае осесимметричной капли теоретический профиль $(x(t), y(t))$ задается системой уравнений

$$\begin{aligned} \ddot{y} &= -\dot{x} \left[-c(y - y_0) + \frac{\dot{y}}{x - x_0} + 2b \right]; \\ \ddot{x} &= \dot{y} \left[-c(y - y_0) + \frac{\dot{y}}{x - x_0} + 2b \right], \end{aligned} \quad (21)$$

с начальными условиями $y(0) = y_0$, $x(0) = x_0$, $\dot{x}(0) = 1$, $\dot{y}(0) = 0$, кроме того, $\left. \frac{\dot{y}}{x} \right|_{t=0} = -b$. Здесь b обозначает кривизну контура капли в апексе, $c = \frac{\Delta\rho g}{\gamma}$ – капиллярная постоянная ($\Delta\rho$ – разница плотности между жидкостью капли и окружающей средой, g – ускорение свободного падения γ – поверхностное натяжение).

Поверхностное натяжение определяется путем решения обратной задачи для системы (21), из которой находятся значения параметров $\{x_0, y_0, c, b\}$. Часто также нужно определить угол поворота камеры относительно оптической оси. Решение задачи производится путем минимизации ошибки аппроксимации E экспериментальных точек (x_i, y_i) теоретическим контуром $(x(t), y(t))$ (метод полных наименьших квадратов)

$$E = \sum_i d((x_i, y_i), (x(t), y(t)))^2, \quad (22)$$

где $d((x_i, y_i), (x(t), y(t)))$ – расстояние от экспериментальной точки до теоретического контура (см. рис. 7).

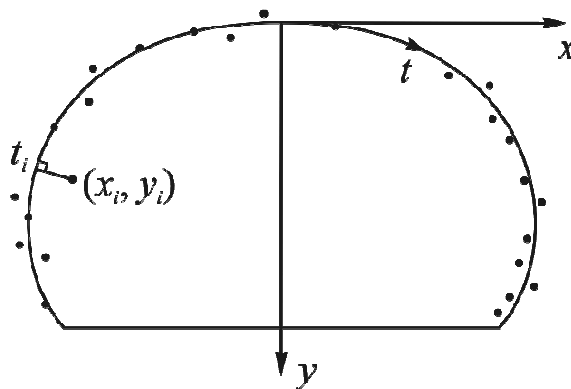


Рисунок 7. Теоретический контур капли (сплошная линия) и экспериментальные точки.

Поскольку система (21) не имеет решения в элементарных функциях и интегрируется численно, расстояние

$$d((x_i, y_i), (x(t), y(t)))^2 = \min_{t_i} (x_i - x(t_i))^2 + (y_i - y(t_i))^2 \quad (23)$$

необходимо искать с помощью процедуры минимизации. Поскольку эта операция выполняется для каждой точки на каждом шаге итерационного метода минимизации ошибки (22), её нужно реализовать вычислительно эффективно. Для этого экспериментальные точки (x_i, y_i) сортируются алгоритмом детектирования контуров в порядке возрастания параметра

длины дуги t_i . В этом случае в процессе интегрирования (21) последнее значение t_i может быть использовано в качестве начального приближения для t_{i+1} . В процессе интегрирования системы (21) методами Рунге-Кутты (в работе использован метод [22]) на каждом шаге известны значения $\{x(t), y(t), \dot{x}(t), \dot{y}(t)\}$, поэтому t_i может быть определено из условия

$$(x_i - x(t))\dot{x} + (y_i - y(t))\dot{y} = 0 \quad (24)$$

с помощью метода Ньютона. Необходимо лишь отслеживать в процессе интегрирования значение левой части выражения (24).

Основной проблемой при практическом применении данного метода является алгоритм поиска минимума ошибки аппроксимации (22). Поскольку эта задача нелинейная, функция (22) может иметь несколько локальных минимумов, и для решения задачи необходимо хорошее начальное приближение. Кроме того, известно, что метод наименьших квадратов сильно подвержен влиянию так называемых «выбросов», то есть точек, не принадлежащих модели даже с учетом шума. При измерениях капель такие ситуации нередки при попадании на объектив пыли или из-за световых бликов. Использование стандартных в таком случае алгоритмов типа RANSAC [23] в случае функции вида (22) нецелесообразно, так как для оценки модели необходимо большое количество точек, а также требуется большое количество итераций RANSAC, что приводит к очень низкой вычислительной эффективности. С другой стороны, в данной задаче количество «выбросов» обычно невелико, поэтому стратегия RANSAC оценки параметров по выборке наименьшего размера не обязательна. Для исключения выбросов предлагается следующий алгоритм:

1. Обозначим множество индексов экспериментальных точек «невыбросов» на первом шаге $I_1 = \{\overline{1, N}\}$. $k = 1$.
2. Произвести оценку параметров капли $\{x_0, y_0, c, b\}$ минимизацией (22) по множеству точек I_k .
3. Рассчитать ошибку аппроксимации $e_i = d((x_i, y_i), (x(t), y(t); \{x_0, y_0, c, b\}))$ для каждой экспериментальной точки (x_i, y_i) . Отсортировать e_i по возрастанию и определить индекс точки, где $q = \arg \max[\Delta_i = e_{i+1} - e_i]$ делает скачок, аналогично идее работы [23]. Все точки с ошибкой, превышающей e_q , считаем выбросами: $I_{k+1} = I_k \setminus \{i : e_i \geq e_q\}$.
4. Если $I_k = I_{k+1}$ или $k > K_{\max}$ завершить алгоритм, иначе перейти к следующей итерации $k \leftarrow k + 1$ на шаг 2. В качестве начального приближения использовать текущую оценку $\{x_0, y_0, c, b\}$.

При количестве выбросов, не превышающем 10%, алгоритм сходится за 2-5 итераций, причем за счёт использования в качестве начального приближения результата предыдущей итерации шаг 2 на второй и последующих итерациях выполняется быстро. За счет этого суммарное замедление по сравнению с алгоритмом без учета выбросов – около 2-х раз, что значительно меньше методов на основе RANSAC.

10 Заключение

В работе рассмотрена задача измерения поверхностного натяжения с помощью методов лежащей или висящей капли. Наибольшее внимание уделено получению результатов максимально возможной точности при заданных условиях съемки. Зачастую съемки проводятся в сложных условиях, например, в дисперсных растворах, в печи при высокой температуре/давлении. При этом качество изображения капли может страдать из-за размытия изображения, наличия посторонних объектов и шума. Для сохранения надежности и удобства данного метода измерения необходимо применение методов обработки изображений. В работе предложены модернизации различных методов на трех этапах алгоритма измерения.

Важнейшим этапом измерения поверхностного натяжения является детектирование контура с субпиксельной точностью. Проведено систематическое исследование точности определения контура в зависимости от угла ориентации, уровня размытости и субпиксельного сдвига. Предложены способы устранения систематических ошибок, причем предложенные модернизации являются универсальными и могут быть использованы в широком круге фотограмметрических задач, где требуется определение положения границ объекта. Разработан алгоритм компенсации систематической ошибки для определения положения границ с ненулевой кривизной. В результате, получен детектор границ, практически полностью свободный от систематических ошибок. Единственный не рассмотренный в данной работе источник погрешностей – это ошибки, связанные с взаимным влиянием близко расположенных границ и их пересечений.

Другим важным этапом в измерении размеров объекта по изображению является калибровка камеры, поскольку точность измерений напрямую зависит от точности калибровки. Для решения этой задачи разработан практически удобный метод, основанный на съемке калибровочных объектов простой фиксированной формы, в работе рассмотрены случай круга и прямоугольника. Для достижения максимальной точности и устойчивости к шуму модель границ калибровочного объекта напрямую сопоставляется с модулем градиента исходного изображения.

Для решения проблемы присутствия посторонних объектов, перекрывающих границу капли, был разработан алгоритм минимизации функции ошибки, устойчивый к выбросам. Алгоритм построен на основе итерационной оценки модели с выбросом точек с наибольшей ошибкой.

Применение данного алгоритма позволяет получать точные результаты даже в случае наличия помех, попавших на границу капли (например, пыль). Дефектные фрагменты контура автоматически исключаются из рассмотрения, что также снижает участие оператора при измерении.

Использование предложенных в работе улучшений позволяет повысить точность имеющихся установок, а также эффективно использовать широкодоступное оборудование для проведения измерений поверхностного натяжения методом лежащей и висящей капли.

11 Литература

1. *Bashforth F, Adams JC*. An attempt to test the theory of capillary action. Cambridge, 1892.
2. *Hartland S, Hartley RW*. Axisymmetric fluid–liquid interfaces. Amsterdam: Elsevier; 1976.
3. *Rotenberg Y, Boruvka L, Neumann AW*. Determination of surface tension and contact angle from the shapes of axisymmetric fluid interfaces. *J Colloid Interface Sci*, vol. 93, 1983, p. 169.
4. *del Río OI, Neumann AW*. Axisymmetric drop shape analysis: Computational methods for the measurement of interfacial properties from the shape and dimensions of pendant and sessile drops. *J Colloid Interface Sci*. vol. 196, 1997, p. 136.
5. *Hoorfar M., Neumann A.W*. Recent progress in Axisymmetric Drop Shape Analysis (ADSA), *Adv. in Coll. and Interface Sci.*, vol. 121, Issues 1–3, 2006, pp. 25–49.
6. *Canny, J.*, A Computational Approach to Edge Detection // *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 8(6):679–698, 1986.
7. E.P. Lyvers, O.R. Mitchell, M.L. Akey, and A.P. Reeves. Subpixel Measurements Using a Moment-Based Edge Operator. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* 11, 12 (December 1989), 1293-1309.
8. Ghosal S., Mehrotra R. Orthogonal moment operators for subpixel edge detection, *Pattern Recognition*, vol. 26, Issue 2, 1993, pp. 295–306.
9. Devernay F. A non-maxima suppression method for edge detection with sub-pixel accuracy. Technical report RR 2724, INRIA (1995).
10. Rocket, P. The accuracy of sub-pixel localization in the Canny edge detector, *Proceedings of the British Machine Vision Conference*, Nottingham, UK, 1999, pp. 392–401.
11. P. Mikulastik, R. Höver, O. Urfalioglu. Error analysis of subpixel edge localization, *Signal Processing for Image Enhancement and Multimedia Processing*, *Multimedia Systems and Applications Series Volume 31*, 2008, pp 103-113.

12. Jian Ye, Gongkang Fu, Upendra P.P. High-accuracy edge detection with Blurred Edge Model, *Image and Vision Computing*, vol. 23, Issue 5, 2005, pp. 453–467.
13. Hagara M, Kulla P. Edge Detection with Sub-pixel Accuracy Based on Approximation of Edge with Erf Function, *Radioengineering*, vol. 20 Issue 2, 2011, p. 516.
14. P.R.S. Mendonça, D.R. Padfield, J.V. Miller, M. Turek, “Bias in the Localization of Curved Edges.”; In *Proceedings of ECCV (2)*. 2004, 554-565.
15. A.A. Chernomoretz, A.S. Krylov. “Blur detection in fundus images” // In: *IEEE Proceedings of 5th International Conference on BioMedical Engineering and Informatics (BMEI 2012)*. China, Chongqing, 2012, pp. 186–189.
16. P. Perona and J. Malik "Detecting and localizing edges composed of steps, peaks and roofs", *Intl. Conf. Computer Vision*, pp.52 -57 1990.
17. E.V. Semeikina, D.V. Yurin, A.S. Krylov, Kuo-Liang Chung, Yong-Huai Huang. “Scale Space Edge Curvature Estimation and Its Application to Straight Lines Detection.” *Pattern Recognition and Image Analysis*, April 2012, Volume 22, Issue 2, pp. 360-370.
18. S. Hermann and R. Klette. A comparative study on 2d curvature estimators. Research report CITR-TR-183, CITR, The University of Auckland, New Zealand, 2006
19. Breder R., Estrela V.-V. and de Assis J.T. (2009). Sub-pixel accuracy edge fitting by means of b-spline, *Proc. of the IEEE Intl. Workshop on Multimedia Signal Processing, Rio De Janeiro, Brazil*, pp. 1–5.
20. Yao, Y. and Ju, H. (2009). A sub-pixel edge detection method based on Canny operator, *Proceedings of the 6th International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery, Tianjin, China*, pp. 97–100.
21. P.V.C. Hough. Method and means for recognizing complex patterns, U.S. patent 3069654. 1962.
22. Dormand, J. R.; Prince, P. J. (1980), "A family of embedded Runge-Kutta formulae", *J. of Comp. and Applied Mathematics* **6** (1): 19–26.
23. Martin A. Fischler and Robert C. Bolles . «Random Sample Consensus: A Paradigm for Model Fitting with Applications to Image Analysis and Automated Cartography». *Comm. Of the ACM* **24**: 381–395, 1981.
24. Alireza Bab-Hadiashar, David Suter: Robust segmentation of visual data using ranked unbiased scale estimate. *Robotica* 17(6): p. 649-660, 1999.