П.В. Николаев

МОДЕЛИ ПОДАВЛЕНИЯ КОРРУПЦИИ: РОЛЬ МОРАЛЬНОГО УРОВНЯ СОТРУДНИКОВ[1]

1. Введение

Коррупция является одной из основных проблем на пути развития России. Руководство страны уделяет ей серьёзное внимание[2], однако существенных успехов до настоящего времени достичь не удалось.

С 2012 года в средствах массовой информации широко освещаются несколько коррупционных скандалов, в которых замешены государственные чиновники высокого ранга: дело «Оборонсервиса», хищения в компании «Росагролизинг», хищение средств в Роскосмосе и т.д. Однако, в рейтинге восприятия коррупции, ежегодно составляемом международным движением по противодействию коррупции Transparency International, Россия по-прежнему находится в конце списка: в 2012 году России присвоено133-е место в рейтинге из 176 стран [1].

Коррупции и ее влиянию на эффективность государственных инспекций посвящено множество работ (см. обзоры в [2], [3]). Отметим статьи [4], [5], которые также рассматривают коррупцию в налоговой инспекции. Равновесное поведение агентов и сравнительная статика чистого налогового дохода при изменении налогов и штрафов изучаются в работе [5]. Задачи построения оптимальных иерархических структур изучает другое близкое направление исследований ([6], [7]). В работе [6] рассматривается оптимальная иерархическая структура фирмы с учётом предельного объема ответственности каждого сотрудника. В работе [7] обобщаются результаты [6] на случай, когда сотрудники могут уклоняться от исполнения своих обязанностей.

Настоящая работа посвящена моделированию деятельности государственных инспекций и разработке методов подавления в них коррупции. Хотя ниже речь идет в основном об организации налоговой инспекции, обсуждаемые модели имеют более общее значение. Идея их распространения на правоохранительные инспекции изложена в статье

---

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке РГНФ (проект № 11-32-00204а1)

[2] см. указ Президента Российской Федерации «О национальном плане противодействия коррупции на 2012-2013 годы и внесении изменений в некоторые акты Президента Российской Федерации по вопросам противодействия коррупции»

[8]. Помимо государственных инспекций, проблемы контроля деятельности сотрудников возникают в крупных корпорациях, где менеджеры могут вступать в сговор с клиентами в ущерб компании (например, сотрудники страховых компаний, оценивающие ущерб при авариях застрахованных автомобилей), поэтому результаты модели могут быть обобщены и на эти случаи.

Базовая модель налоговой инспекции с учетом коррупции рассмотрена в [9]. В модели предполагалось, что инспекторы и налогоплательщики максимизируют ожидаемые доходы, проверка требует фиксированных издержек и всегда верно определяет категорию агента. Однако инспектор, обнаруживший факт уклонения, может быть подкуплен пойманным субъектом. Для устранения коррупции руководство проводит ревизии: перепроверяет некоторых инспекторов и штрафует скрывших уклонение от уплаты налогов. Стратегия организации инспекции заключается в определении вероятностей проверки и ревизии. Организатор инспекции максимизирует чистый налоговый доход. Дальнейшее развитие модель получила в работах [10] и [11]. В них исследовано построение оптимальной иерархической структуры, обеспечивающей честное поведение всех агентов. Предполагается, что в распоряжении организатора инспекции есть доверенные лица, которые проводят проверки на верхнем уровне и всегда проверяют правильно, но стоимость их работы очень высока. Также организатор может привлекать для проверок неограниченное количество рациональных инспекторов, готовых брать взятки, если им это выгодно. Организатор определяет количество уровней инспекции и вероятность проведения проверки каждым уровнем. В работах найдены необходимые и достаточные условия на стратегию организации инспекции, обеспечивающие честное поведение всех агентов.

В настоящей работе мы отходим от предположения об однородности поведения нанимаемых инспекторов. Предполагается, что с некоторой вероятностью, являющейся частной характеристикой каждого инспектора, он проверяет честно, вне зависимости от того, выгодно ему брать взятку или нет. С дополнительной вероятностью инспектор при проверке ведёт себя рационально и берёт взятку, если это выгодно. Доверенные лица проводят проверки на верхнем уровне в случае необходимости. Организатор не знает вероятности честного поведения каждого инспектора, но обладает информацией об общей доле априорно честных проверок на каждом уровне иерархии. Он использует эти данные для минимизации издержек на обеспечение честного поведения. Предполагается, что в иерархии может быть не более 3-х уровней.

В разделе 2 приводится описание модели. В разделе 3 ставится задача минимизации издержек на организацию инспекции, обеспечивающей честное поведение плательщиков. В разделе 4 приводится перечень стратегий, удовлетворяющих необходимым условиям оптимальности, и описывается алгоритм поиска оптимальной стратегии. В разделе 5 на численном примере иллюстрируется распределение оптимальных стратегий и анализируется смена стратегий при изменении долей честных проверок I. Раздел 6 содержит выводы из данной статьи.

2. Описание модели

Пусть N - число контролируемых агентов (агентов 0-го уровня, или плательщиков). Каждый из них характеризуется значением случайного фактора (например, доходом агента) I, с известной функцией распределения $F(I)$. Конкретное значение I является частной информацией агента. Каждый агент $a \in A$ должен совершить некоторое действие (уплатить налог) из множества возможных действий T_0, причём каждое действие характеризуется затратами t на его осуществление. Информация об осуществлённом действии поступает в центр. Правильное с точки зрение центра действие описывается функцией $t_0^*(I)$. Значения случайного фактора I упорядочены по возрастанию затрат агента на правильное действие. Агенты 0-го уровня предполагаются рациональными и риск-нейтральными, поэтому в отсутствие контроля каждый из них выбирает действие $t_0^*(I_{\min})$.

Создаваемая руководителем контролирующая система имеет 3-х уровневую иерархическую структуру. Предполагается, что руководитель получает в распоряжение 2 нижних уровня проверки, сформированных ранее (например, работавших в инспекции при прежнем руководителе), а на третьем уровне проверки проводят доверенные лица руководителя. На основе выборочных исследований руководителю известны априорные вероятности честных проверок π_i на уровне i, $i = 1,2$, которые характеризуют моральный уровень сотрудников. Непосредственный контроль агентов 0-го уровня проводится инспекторами 1-го уровня. Проверка агента 0-го уровня, совершившего действие t_0, происходит с вероятностью $p_1(t_0)$. В отчете о проверке инспектор должен указать совершенное агентом действие. В ходе проверки он всегда выясняет истинное значение I, однако инспектор с рациональным поведением может за взятку указать в качестве совершенного агентом действия $t_1 < t_0^*(I)$. Если в отчете указывается $t_1 > t_0$, то агент 0-го уровня наказывается штрафом $f(t_1 - t_0)$, где $f > 1$ - заданный коэффициент штрафа. Для контроля над инспекторами 1-го уровня проводятся проверки инспекторами 2-го уровня с вероятностью $p_2(t_0, t_1)$ и т.д. Если проверка на l-ом уровне, проводимая с вероятностью $p_l(t_{0,...,} t_{l-1})$, выявляет, что на $l-1$-ом уровне нарушение было не полностью вскрыто, то все агенты нижестоящих уровней $i = 1,..., l-1$, связанные с данным делом, а также проверяемый плательщик наказываются по итогам проверки штрафами $f_i(t_l - t_{l-1}), f_i > 1$ и $f(t_l - t_{l-1})$, соответственно. Проверка на верхнем 3-ем уровне осуществляется доверенными лицами и всегда раскрывает значение $t_3 = t_0^*(I)$. Затраты на одну проверку инспекторами двух нижних уровней составляют, соответственно, c_1 и c_2. Затраты на проверку доверенными лицами намного превышают расходы на проверку прочими инспекторами и составляют $\tilde{c}$.

Таким образом, стратегией P организации инспекции являются вероятности проверок $p_1(\pi_1, \pi_2, t_0), p_2(\pi_1, \pi_2, t_0, t_1), p_3(\pi_1, \pi_2, t_0, t_1, t_2)$ как функции от сообщений, поступивших с предшествующих уровней. Руководство инспекции минимизирует функцию издержек на проведение проверок при условии обеспечения совершения плательщиками правильного действия. Для упрощения задачи будем рассматривать априорную вероятность честной проверки на первом уровне в интервале $\pi_1 \in [0, 1/f)$. Такая доля инспекторов с честным поведением не позволяет обеспечить правильное действие плательщиков только за счёт проверок инспекторами 1-го уровня.

3. Постановка задачи оптимизации.

Проведём поиск совершенных подыгровых равновесий (СПР, см. [12]), в которых плательщики не уклоняются от правильного с точки зрения центра действия и издержки на проведение проверок минимальны. В отличие от модели, рассмотренной в [10], мы не требуем в СПР честного поведения агентов при проверке плательщика инспектором в случае уклонения. Однако, если плательщики не уклоняются, то инспектора не вступают с ними в сговор, и все агенты ведут себя честно. Отметим, что оптимальная стратегия в модели, исследованной в [10], обеспечивает описанное СПР при минимальных затратах на проверки для $\pi_1, \pi_2 = 0$.

Рассмотрим все случаи взаимодействия уклонившегося плательщика с проверяющими инспекторами с рациональным поведением, двигаясь от верхнего уровня проверки к нижнему, и сформулируем условия невыгодности уклонения.

1) Пусть уклонение не было вскрыто на 1-ом уровне проверки, и происходит проверка 2-го уровня инспектором с рациональным поведением. Пусть $t_0 \le t_1 < t^*(I)$ - совершенные действия и сообщения

агентов ко времени проверки уровня 2. Сговор будет взаимовыгоден, если найдутся такие $t_2 \in [t_1, t^*(I))$, $b_{02} \geq 0, b_{12} \geq 0$, при которых разрешима следующая система

$$\begin{cases} b_{02} + f(t_2 - t_1) + p_3(\pi_1, \pi_2, t_0, t_1, t_2) f(t^* - t_2) < f(t^* - t_1) \\ b_{12} + f_1(t_2 - t_1) + p_3(\pi_1, \pi_2, t_0, t_1, t_2) f_1(t^* - t_2) < f_1(t^* - t_1) \\ b_{02} + b_{12} > p_3(\pi_1, \pi_2, t_0, t_1, t_2) f_2(t^* - t_2) \end{cases} \qquad (1)$$

Здесь b_{il} – взятка, выплачиваемая агентом уровня i агенту уровня l, t_2 – сообщение инспектора 2-го уровня. Инспектор 2-го уровня вскрывает некоторую часть нарушения и сообщает о доходе плательщика t_2. Проверку 3-го уровня с вероятностью $p_3(\cdot)$ проводят доверенные лица, они всегда вскрывают истинное значение $t^*(I)$ и все агенты, причастные к сговору, выплачивают штраф. Неравенства показывают, что средний выигрыш каждого агента в случае сговора при заданных значениях совершенных действий и взяток больше, чем в случае раскрытия нарушения.

Рассмотрим взаимодействие агентов на уровень ниже. Плательщику и инспектору 1-го уровня выгоден сговор друг с другом с осуществлением указанного подкупа, если найдутся такие $t_1 \in [t_0, t^*(I))$, $t_2 \in [t_1, t^*(I))$, $b_{01} \geq 0, b_{02} \geq 0, b_{12} \geq 0$, при которых совместна система

$$\begin{cases} b_{01} + f(t_1 - t_0) + p_2(\pi_1, \pi_2, t_0, t_1)(\pi_2 f(t^* - t_1) + (1 - \pi_2) \times \\ \times (b_{02} + f(t_2 - t_1) + p_3(\pi_1, \pi_2, t_0, t_1, t_2) f(t^* - t_2))) < f(t^* - t_0) \\ b_{01} > p_2(\pi_1, \pi_2, t_0, t_1)(\pi_2 f_1(t^* - t_1) + (1 - \pi_2) \times \\ \times (b_{12} + f_1(t_2 - t_1) + p_3(\pi_1, \pi_2, t_0, t_1, t_2) f_1(t^* - t_2))) \end{cases} \qquad (2)$$

Плательщик даёт инспектору 1-го уровня взятку b_{01}, инспектор вскрывает некоторую часть нарушения и сообщает о доходе плательщика t_1. Проверка 2-го уровня происходит с вероятностью $p_2(\cdot)$, при этом в случае проверки с вероятностью π_2 проверяющий ведёт себя честно и вскрывает нарушение, с вероятностью $1 - \pi_2$ он окажется инспектором с рациональным поведением, взаимодействие проверяемых агентов с которым описано системой (1).

Наконец, рассмотрим поведение плательщика при принятии решения об уклонении при условии подкупа рациональных инспекторов на 1-ом и 2-ом уровнях в случае проверок. Плательщику выгодно уклоняться, если существует такое действие $t_0 < t^*(I)$ и такие $t_0 \le t_1 \le t_2 \le t^*(I)$, $b_{01} \ge 0, b_{02} \ge 0, b_{12} \ge 0$, при которых совместны системы (1) и (2), а также выполнено неравенство

$$\begin{aligned} &t_0 + p_1(\pi_1,\pi_2,t_0)(\pi_1 f(t^* - t_0) + (1-\pi_1)(b_{01} + \\ &+ f(t_1 - t_0) + p_2(\pi_1,\pi_2,t_0,t_1)(\pi_2 f(t^* - t_1) + (1-\pi_2)\times \\ &\times (b_{02} + f(t_2 - t_1) + p_3(\pi_1,\pi_2,t_0,t_1,t_2) f(t^* - t_2))))) < t^* \end{aligned} \tag{3}$$

В левой части неравенства записан ожидаемый выигрыш плательщика при уклонении с учётом штрафов и взяток. Плательщик совершает действие $t_0 < t^*(I)$, с вероятностью $p_1(\cdot)$ его проверит инспектор 1-го уровня, с вероятностью π_1 он будет проверять честно, и плательщик заплатит штраф, а с вероятностью $1-\pi_1$ инспектор будет вести себя рационально и вступит в сговор с плательщиком. В этом случае плательщик получит выигрыш, описанный в левой части 1-го неравенства системы (2).

2) Предположим, что плательщик даёт взятку проверяющему инспектору с рациональным поведением 1-го уровня, но они не вступают в сговор с инспектором 2-го уровня. Это означает, что проверка 2-го уровня всегда вскрывает истинное значение $t^*(I)$. По аналогии с предыдущим пунктом запишем условия на выгодность уклонения плательщика при условии, что он вступит в сговор лишь с инспектором 1-го уровня. Уклонение будет выгодно, если найдутся такие совершённые агентами действия $t_0 \le t_1 < t^*(I)$ и такая величина взятки $b_{01} \ge 0$, при которых совместна система и одновременно выполнено неравенство

$$\begin{cases} b_{01} + f(t_1 - t_0) + p_2(\pi_1,\pi_2,t_0,t_1) f(t^* - t_1) < f(t^* - t_0) \\ b_{01} > p_2(\pi_1,\pi_2,t_0,t_1) f_1(t^* - t_1) \end{cases} \tag{4}$$

$$\begin{aligned} &t_0 + p_1(\pi_1,\pi_2,t_0)(\pi_1 f(t^* - t_0) + (1-\pi_1)(b_{01} + \\ &+ f(t_1 - t_0) + p_2(\pi_1,\pi_2,t_0,t_1) f(t^* - t_1))) < t^* \end{aligned} \tag{5}$$

3) Наконец, предположим, что плательщик уклоняется, но не вступает в сговор с проверяющими инспекторами. Проверки на 1-ом уровне всегда вскрывают истинное значение $t^*(I)$. Плательщику будет выгодно уклонение, если выполнено неравенство $t_0 + p_1(\pi_1,\pi_2,t_0) f(t^* - t_0) < t^*$, то есть

$$p_1(\pi_1, \pi_2, t_0) < 1/f \tag{6}$$

Таким образом, мы последовательно рассмотрели все варианты взаимодействия уклонившегося плательщика с проверяющими инспекторами и сформулировали условия на выгодность уклонения плательщика в каждом из случаев.

Определение 1. Е*сли для любых* $I \in (I_{\min}, I_{\max}]$, $0 \le t_0 \le t_1 \le t_2 < t^*(I)$ *ни одна из систем неравенств (1)-(3), (4)-(5), (6) несовместна, будем говорить, что стратегия P определяет СПР с правильным действием плательщиков.*

Определение 2. *Вектор* (t_0, t_1, t_2), *включающий действие агента 0-го уровня* t_0 *и сообщения агентов 1-го и 2-го уровней* t_1, t_2, *будем называть допустимым, если выполнено* $t^*(I_{\min}) \le t_0 \le t_1 \le t_2 \le t^*(I_{\max})$.

Сделаем замену переменных:

$$\begin{aligned} &y_1(\pi_1, \pi_2, t_0) = p_1(\pi_1, \pi_2, t_0), \\ &y_2(\pi_1, \pi_2, t_0, t_1) = p_1(\pi_1, \pi_2, t_0) p_2(\pi_1, \pi_2, t_0, t_1), \\ &y_3(\pi_1, \pi_2, t_0, t_1, t_2) = p_1(\pi_1, \pi_2, t_0) p_2(\pi_1, \pi_2, t_0, t_1) p_3(\pi_1, \pi_2, t_0, t_1, t_2) \end{aligned} \tag{7}$$

Из того, что $0 \le p_i(\cdot) \le 1$, $i = 1,...,3$, следуют неравенства

$$1 \ge y_1(\cdot) \ge y_2(\cdot) \ge y_3(\cdot) \ge 0 \tag{8}$$

Утверждение 1. *Стратегия P определяет СПР с правильным действием плательщиков тогда и только тогда, когда условия*

$$\begin{cases} y_3(\pi_1, \pi_2, t_0, t_1, t_2) \ge ((1 - y_1(\cdot)\pi_1 f)(t^* - t_0) - y_2(\cdot)(1 - \pi_1)\pi_2(f + f_1) \times \\ \times (t^* - t_1) - y_1(\cdot)(1 - \pi_1) f (t_1 - t_0) - y_2(\cdot)(1 - \pi_1)(1 - \pi_2)(f + f_1)(t_2 - t_1)) / \\ /(1 - \pi_1)(1 - \pi_2)(f + f_1 + f_2)(t^* - t_2) \\ y_2(\pi_1, \pi_2, t_0, t_1) \ge \dfrac{(t^* - t_0)(1 - y_1(\cdot)\pi_1 f) - (1 - \pi_1) y_1(\cdot) f (t_1 - t_0)}{(1 - \pi_1)(f + f_1)(t^* - t_1)} \\ y_1(\pi_1, \pi_2, t_0) \ge 1/f \end{cases} \tag{9}$$

выполнены для любых $t^*(I_{\min}) \le t_0 \le t_1 \le t_2 \le t^*(I_{\max})$. *Если неравенства (9) выполнены строго, то для соответствующей стратегии P не существует никаких СПР, связанных с уклонением плательщиков.*

Доказательство. Плательщику невыгодно уклоняться, не вступая в сговор с проверяющими, тогда и только тогда, когда для любых $I \in (I_{\min}, I_{\max}]$ $t_0 < t^*(I)$ неравенство (6) не выполняется, что эквивалентно неравенству

$$p_1(\pi_1, \pi_2, t_0) \ge \frac{1}{f} \tag{10}$$

Рассмотрим систему (4)-(5) при ограничении (10). Запишем неравенство (5) в виде верхнего ограничения на ожидаемые затраты уклонившегося плательщика при проверке инспектором с рациональным поведением 1-го уровня:

$$b_{01} + f(t_1 - t_0) + p_2(\pi_1, \pi_2, t_0, t_1) f(t^* - t_0) < \frac{t^* - t_0}{1 - \pi_1}\left(\frac{1}{p_1(\pi_1, \pi_2, t_0,)} - \pi_1 f\right) \qquad (11)$$

Левые части 1-го неравенства системы (4) и неравенства (11) равны. Сравним их правые части. При условии (10) всегда выполняется $f(t^* - t_1) \ge \frac{t^* - t_0}{1 - \pi_1}\left(\frac{1}{p_1(\pi_1, \pi_2, t_0,)} - \pi_1 f\right)$. Таким образом, неравенство (5) является более строгим условием, чем 1-ое неравенство системы (4), поэтому последнее можно исключить из системы (4)-(5) как избыточное. Получим систему:

$$\begin{cases} t_0 + p_1(\pi_1, \pi_2, t_0)(\pi_1 f(t^* - t_0) + (1 - \pi_1)(b_{01} + \\ + f(t_1 - t_0) + p_2(\pi_1, \pi_2, t_0, t_1) f(t^* - t_1))) < t^* \\ b_{01} > p_2(\pi_1, \pi_2, t_0, t_1) f_1(t^* - t_1) \end{cases} \qquad (12)$$

Умножим 2-ое неравенство на $-(1 - \pi_1) p_1(\pi_1, \pi_2, t_0)$ и сложим 1-ое и 2-ое неравенства системы (12). По теореме Фань-Цзы (см. [13]) система (12) несовместна тогда и только тогда, когда выполнено неравенство, которое обратно полученному:

$$t_0 + \pi_1 p_1(\cdot) f(t^* - t_0) + (1 - \pi_1) p_1(\cdot) f(t_1 - t_0) +$$
$$+ (1 - \pi_1) p_1(\cdot) p_2(\cdot) f(t^* - t_1) \ge t^* - (1 - \pi_1) p_1(\cdot) p_2(\cdot) f_1(t^* - t_1) \Leftrightarrow$$

$$p_1(\cdot) p_2(\cdot) \ge \frac{(t^* - t_0)(1 - p_1(\cdot)\pi_1 f) - (1 - \pi_1) p_1(\cdot) f(t_1 - t_0)}{(1 - \pi_1)(f + f_1)(t^* - t_1)} \qquad (13)$$

Рассмотрим теперь систему (1)-(3) при ограничениях (10) и (13). Отбрасывая, по аналогии с системой (4)-(5), избыточные неравенства, получим систему:

$$\begin{cases} t_0 + p_1(\pi_1, \pi_2, t_0)(\pi_1 f(t^* - t_0) + (1 - \pi_1)(b_{01} + f(t_1 - t_0) + \\ + p_2(\pi_1, \pi_2, t_0, t_1)(\pi_2 f(t^* - t_1) + (1 - \pi_2) \times (b_{02} + f(t_2 - t_1) + \\ + p_3(\pi_1, \pi_2, t_0, t_1, t_2) f(t^* - t_2))))) < t^* \\ b_{01} > p_2(\pi_1, \pi_2, t_0, t_1)(\pi_2 f_1(t^* - t_1) + (1 - \pi_2) \times \\ \times (b_{12} + f_1(t_2 - t_1) + p_3(\pi_1, \pi_2, t_0, t_1, t_2) f_1(t^* - t_2))) \\ b_{02} + b_{12} > p_3(\cdot) f_2(t^* - t_2) \end{cases} \qquad (14)$$

Домножим 2-ое неравенство на $-(1-\pi_1)p_1(\cdot)$, 3-е неравенство на $-(1-\pi_1)(1-\pi_2)p_1(\cdot)p_2(\cdot)$ и сложим все неравенства системы. По теореме Фань-Цзы система (14) несовместна тогда и только тогда, когда выполнено неравенство, которое обратно полученному, эквивалентное

$$\begin{gathered} p_1(\cdot)p_2(\cdot)p_3(\cdot) \ge ((1-p_1(\cdot)\pi_1 f)(t^*-t_0) - p_1(\cdot)p_2(\cdot)(1-\pi_1)\times \\ \times\pi_2(f+f_1)(t^*-t_1) - p_1(\cdot)(1-\pi_1)f(t_1-t_0) - p_1(\cdot)p_2(\cdot)(1-\pi_1)\times \\ \times(1-\pi_2)(f+f_1)(t_2-t_1))/(1-\pi_1)(1-\pi_2)(f+f_1+f_2)(t^*-t_2) \end{gathered} \tag{15}$$

Объединяя неравенства (10), (13), (14) в одну систему и проводя замену переменных (7), получим систему (9).

Докажем вторую часть утверждения. Пусть существует СПР, предусматривающее уклонение плательщиков. Согласно предположению, в данной ситуации плательщик, уклоняясь, получает больший выигрыш с учётом ожидаемых штрафов и взяток, чем в случае правильного действия, поэтому одна из систем неравенств (1)-(3), (4)-(5), (6) должна быть разрешима. Но, как видно из доказательства первой части утверждения, значения вероятностей проверок выбраны таким образом, что ни одна из указанных систем не имеет решений.

Следствие 1. *Если стратегия P определяет СПР с правильным действием плательщиков, то при всех допустимых* (t_0,t_1,t_2), $t_0=t_1=t_2$ *выполнено условие*

$$\begin{cases} y_3(\pi_1,\pi_2,t_0,t_1,t_2) \ge \dfrac{1-y_1(\cdot)\pi_1 f - y_2(\cdot)(1-\pi_1)\pi_2(f+f_1)}{(1-\pi_1)(1-\pi_2)(f+f_1+f_2)} \\ y_2(\pi_1,\pi_2,t_0,t_1) \ge \dfrac{1-y_1(\cdot)\pi_1 f}{(1-\pi_1)(f+f_1)} \\ y_1(\pi_1,\pi_2,t_0) \ge \dfrac{1}{f} \end{cases} \tag{16}$$

Следствие 2. *Если стратегия P определяет СПР с правильным действием плательщиков, то при всех допустимых* (t_0,t_1,t_2), $t_0=t_1=t_2$ *выполняется* $p_1(\pi_1,\pi_2,t_0)>0$, $p_2(\pi_1,\pi_2,t_0,t_0)>0$.

Лемма 1. *При любом допустимом векторе* (t_0,t_1,t_2) *множество значений* $(y_1(\cdot),y_2(\cdot),y_3(\cdot))$, *удовлетворяющих условиям (8) и (9), включает в себя множество значений* $(y_1(\cdot),y_2(\cdot),y_3(\cdot))$, *удовлетворяющих (8) и (9) при* $(\tilde t_0,\tilde t_1,\tilde t_2)$, $\tilde t_0=\tilde t_1=\tilde t_2=t_0$.

Доказательство. Обозначим ограничения снизу на $y_i(\cdot)$ из условия (9) как $y_{i\min}(\cdot)$. Производная $y'_{3\min_{t_2}}(\pi_1,\pi_2,t_0,t_1,t_2)$ отрицательна, поэтому $y_{3\min}(\pi_1,\pi_2,t_0,t_1,t_2)$ убывает по t_2 и её максимум достигается при $t_2=t_1$. Аналогично, производная $y'_{2\min_{t_1}}(\pi_1,\pi_2,t_0,t_1)$ отрицательна, поэтому максимум $y_{2\min}(\pi_1,\pi_2,t_0,t_1)$ достигается при $t_1=t_0$. Возьмём производную:

$$y'_{3\min_{t_1}}(\pi_1,\pi_2,t_0,t_1,t_1)=(t^*-t_0)(1-y_1 f)/((1-\pi_1)(1-\pi_2)(f+f_1+f_2)(t^*-t_1)^2)$$

Она отрицательна при выполнении 1-го неравенства из условия (9) $y_1(\cdot)\ge y_{1\min}(\cdot)$.

Отметим, что $y_{1\min}(\cdot)$ не зависит от действий и сообщений агентов. Таким образом, мы показали, что при $t_0=t_1=t_2$ достигается максимум $y_{2\min}(\cdot)$ при фиксированном $y_1(\cdot)$, а также максимум $y_{3\min}(\cdot)$ при фиксированных $y_1(\cdot), y_2(\cdot)$. Из этого следует утверждение Леммы.

Лемма 2. *Пусть* P *- стратегия, обеспечивающая СПР с правильным действием плательщиков. Если при фиксированных* $\pi_1\in[0,1/f), \pi_2\in[0,1]$ *и при некотором допустимом* (t_0,t_1,t_2), $t_0=t_1=t_2$, *выполнено равенство* $p_3(\pi_1,\pi_2,t_0,t_1,t_2)=0$, *то система (9) в Утверждении 1 запишется в виде*

$$\begin{cases} y_3(\pi_1,\pi_2,t_0,t_1,t_2)=0 \\ y_2(\pi_1,\pi_2,t_0,t_1)\ge \dfrac{1-y_1(\pi_1,\pi_2,t_0)\pi_1 f}{(1-\pi_1)\pi_2}\dfrac{1}{f+f_1} \\ y_1(\pi_1,\pi_2,t_0)\ge 1/f \end{cases} \tag{17}$$

Лемма 3. *Если стратегия* P *обеспечивает СПР с правильным действием плательщиков при фиксированных* $\pi_1\in[0,1/f), \pi_2\in[0,1]$, *то при всех допустимых* (t_0,t_1,t_2), $t_0=t_1=t_2$ *выполнено* $p_1(\pi_1,\pi_2,t_0)>0$, $p_2(\pi_1,\pi_2,t_0,t_1)>0$, *а также либо условие (17), либо условие*

$$\begin{cases} y_3(\pi_1,\pi_2,t_0,t_1,t_2)>0 \\ y_3(\pi_1,\pi_2,t_0,t_1,t_2)\ge \dfrac{1-y_1(\pi_1,\pi_2,t_0)\pi_1 f-y_2(\pi_1,\pi_2,t_0,t_1)(1-\pi_1)\pi_2(f+f_1)}{(1-\pi_1)(1-\pi_2)(f+f_1+f_2)} \\ y_2(\pi_1,\pi_2,t_0,t_1)\ge \dfrac{1-y_1(\pi_1,\pi_2,t_0)\pi_1 f}{1-\pi_1}\dfrac{1}{f+f_1} \\ y_1(\pi_1,\pi_2,t_0)\ge 1/f \end{cases} \tag{18}$$

4. Нахождение оптимальных стратегий в модели с фиксированными издержками

Поставим задачу минимизации издержек на организацию инспекции при условии обеспечения СПР с правильным действием всех плательщиков:

$$\int_{I_{\min}}^{I_{\max}} (y_1(\pi_1, \pi_2, P, I)c_1 + y_2(\pi_1, \pi_2, P, I)c_2 + y_3(\pi_1, \pi_2, P, I)\tilde{c})dF(I) \to \min_P \quad (19)$$

где $y_i(\pi_1, \pi_2, P, I) = y_i(\pi_1, \pi_2, t^*(I),...,t^*(I))$ при ограничениях (8) и (16). Условие (16) в Следствии 1 не зависит от I, поэтому решение задачи (19) совпадает с решением задачи

$$y_1(\pi_1, \pi_2, P, I)c_1 + y_2(\pi_1, \pi_2, P, I)c_2 + y_3(\pi_1, \pi_2, P, I)\tilde{c} \to \min_P \quad (20)$$

при ограничениях (8) и (16) для произвольного $I \in [I_{\min}, I_{\max}]$.

Лемма 4. *В классе стратегий, удовлетворяющих Утверждению 1, оптимальные вероятности проверки одинаковы для всех допустимых векторов* (t_0, t_1, t_2), $t_0 = t_1 = t_2$.

Доказательство. Следует из того, что в условии (8) и Лемме 3 ограничения на вероятности проверки не зависят от сообщений и действий агентов.

Замечание. Отметим, из условия Леммы 1 и вида задачи оптимизации (20) следует, что при использовании оптимальных стратегий издержки на организацию инспекции будут наибольшими при честном поведении плательщиков, т.е., когда выполнено $t_0 = t_1 = t_2 = t^*(I)$. Из доказательства Леммы 1 следует, что для любого допустимого вектора (t_0, t_1, t_2) стратегия, задаваемая условиями (8) и (16), обеспечивает СПР с честным поведением плательщиков. Поэтому оптимальную стратегию, удовлетворяющую данным условиям, можно использовать для любого допустимого вектора (t_0, t_1, t_2) в «переходном» периоде, когда не все плательщики ведут себя честно. Функция издержек при данной стратегии будет являться верхней оценкой минимума функции издержек для соответствующего вектора (t_0, t_1, t_2).

По лемме 4, при решении задачи оптимизации (20) в классе стратегий, удовлетворяющих Утверждению 1, рассмотрим только такие стратегии, вероятности проверки в которых постоянны для всех допустимых векторов (t_0, t_1, t_2), $t_0 = t_1 = t_2$. Разделим задачу (20) на две подзадачи. Опираясь на Лемму 3, рассмотрим такие стратегии, удовлетворяющие Утверждению 1, для которых для всех допустимых (t_0, t_1, t_2), $t_0 = t_1 = t_2$ выполнено условие (18) и, таким образом, вероятность проверки плательщиков доверенными лицами положительна. Из условий (18) и вида функции (20) следует, что она достигает минимума по $y_3(\cdot)$ при минимально допустимом $y_3(\cdot)$. Рассмотрим такие стратегии, при которых выполняется ограничение на минимально необходимую вероятность проверки плательщика доверенными лицами

$$y_{3\min}(\cdot) = \frac{1 - y_1(\cdot)\pi_1 f - y_2(\cdot)(1-\pi_1)\pi_2(f + f_1)}{(1-\pi_1)(1-\pi_2)} \frac{1}{f + f_1 + f_2} > 0 \qquad (21)$$

Функция (20) убывает по $y_3(\cdot)$, поэтому если условие (21) не выполнено, то найдётся стратегия, удовлетворяющая Лемме 3, с $y_3(\cdot) = 0$, при которой функция (20) меньше, чем для соответствующей стратегии с $y_3(\cdot) > 0$.

Назовём стратегии, описанные таким образом, стратегиями 1-го класса. Найдём стратегии, оптимальные в 1-ом классе.

Подставляя формулу в левой части (21) в (20), получим задачу минимизации:

$$\begin{aligned} G^{(1)}(y_1, y_2) &= (c_1 - \frac{\pi_1 f}{(1-\pi_1)(1-\pi_2)} \frac{\tilde{c}}{f + f_1 + f_2}) y_1(\cdot) + \\ &+ (c_2 - \frac{\pi_2(f + f_1)}{(1-\pi_2)} \frac{\tilde{c}}{f + f_1 + f_2}) y_2(\cdot) + \frac{1}{(1-\pi_1)(1-\pi_2)} \frac{\tilde{c}}{f + f_1 + f_2} \to \min_{\vec{y}} \end{aligned} \qquad (22)$$

при ограничениях (8), (18), (21). Рассмотрим данную задачу как задачу линейного программирования с переменными y_1, y_2. Перепишем ограничения в виде:

$y_1 \in [1/f, 1], y_2 \ge \frac{1 - y_1\pi_1 f}{1-\pi_1} \frac{1}{f + f_1}, y_2 \le y_1, y_2 < \frac{1 - y_1\pi_1 f}{(1-\pi_1)\pi_2} \frac{1}{f + f_1}$. Множество решений задачи (22), удовлетворяющих данным ограничениям, представляет собой многоугольник в пространстве E^2, вершины которого являются базисными допустимыми решениями (БДР) (см. [14]). На Рис. 1 заштрихованный многоугольник иллюстрирует данное множество.

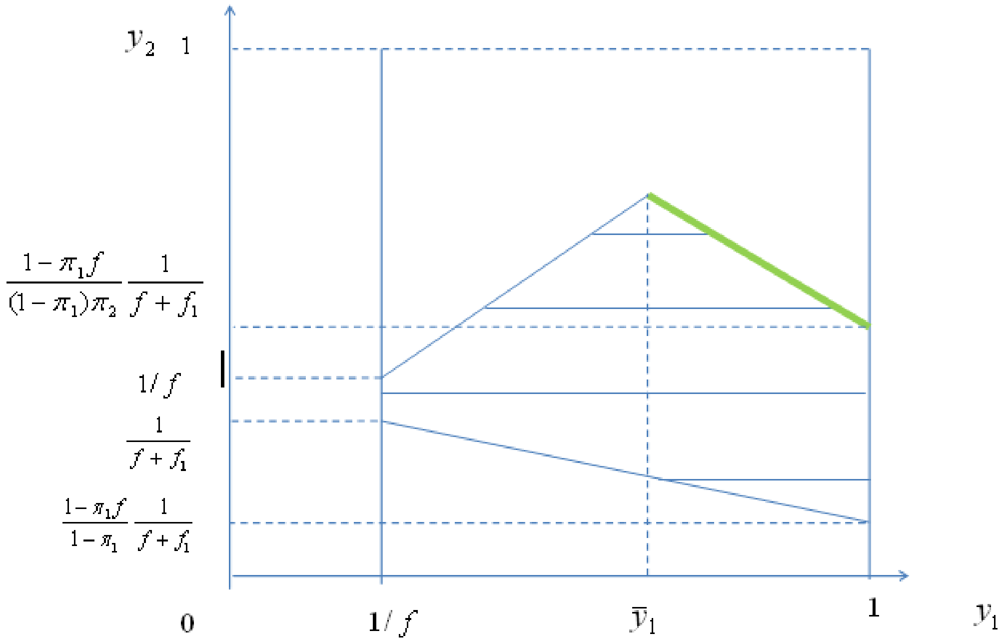

Рис. 1

Нижнее ребро многоугольника обозначим $y_{2\min}(y_1)$, оно описывается формулой: $y_{2\min}(y_1)=\frac{1-y_1\pi_1 f}{1-\pi_1}\frac{1}{f+f_1}$. Обозначим верхние рёбра $y_{2\max}{}^{(1)}(y_1)$, $y_{2\max}{}^{(2)}(y_1)$, а их пересечение: $\bar{y}_1=1/((1-\pi_1)\pi_2(f+f_1)+\pi_1 f)$. Ребро $y_{2\max}{}^{(1)}(y_1)$ принадлежит многоугольнику, если выполнено $\bar{y}>1/f \Leftrightarrow \pi_2<f/(f+f_1)$ Верхние рёбра описываются следующими уравнениями: при $y_1\le\bar{y}_1$ $y_{2\max}{}^{(1)}(y_1)=y_1$, при $y_1>\bar{y}_1$ $y_{2\max}{}^{(2)}(y_1)=\frac{1-\pi_1 f}{(1-\pi_1)\pi_2}\frac{1}{f+f_1}$.

В зависимости от знака производной $G^{(1)}{}'_{y_2}$ оптимальное решение будет лежать в вершине либо нижнего ребра, либо одного из верхних. Если $G^{(1)}{}'_{y_2}>0$, то оптимальное решение лежит в одной из вершин $y_{2\min}(y_1)$. Подставляя $y_{2\min}(y_1)$ в формулу (22) и дифференцируя $G^{(1)}(y_1,y_{2\min}(y_1))$ по y_1, найдём БДР, являющееся оптимальным решением задачи (22). Рассмотрим верхнее ребро $y_{2\max}{}^{(1)}(y_1)$ при $G^{(1)}{}'_{y_2}<0$. Подставим его в функцию (22) и возьмём производную по y_1. Если $G^{(1)}{}'_{y_1}(y_1,y_{2\max}{}^{(1)}(y_1))\ge 0$, то минимум достигается в вершине многоугольника $y_1 = 1/f, y_2 = 1/f$, иначе минимум достигается в противоположной вершине при $y_1 = \bar{y}_1$, которая также принадлежит ребру $y_{2\max}{}^{(2)}(y_1)$. Мы не будем рассматривать БДР, принадлежащие ребру $y_{2\max}{}^{(2)}(y_1)$, т.к. на нём не выполняется условие (21) и минимально необходимая вероятность проверки доверенным лицом обнуляется.

Найдём оптимальные стратегии в 1-ом классе стратегий:

Стратегия 1.1. Если $G^{(1)'}_{y_2} \geq 0, G^{(1)'}_{y_1}(y_1, y_{2\min}(y_1)) \geq 0$, то в 1-ом классе стратегий оптимальна стратегия $y_1 = 1/f$, $y_2 = \dfrac{1}{f + f_1}$, $y_3 = \dfrac{1}{f + f_1 + f_2}$ Она соответствует стратегии, исследованной в работе [10]. Функция издержек равна $G_{11} = \dfrac{c_1}{f} + \dfrac{c_2}{f + f_1} + \dfrac{\tilde{c}}{f + f_1 + f_2}$.

Стратегия 1.2. Если $G^{(1)'}_{y_2} < 0,\ G^{(1)'}_{y_1}(y_1, y_{2\max}{}^{(1)}(y_1)) \geq 0$, то оптимальна стратегия $y_1 = 1/f$, $y_2 = 1/f$, $y_3 = \dfrac{1 - \pi_2(1 + f_1/f)}{(1 - \pi_2)} \dfrac{\tilde{c}}{f + f_1 + f_2}$. Функция издержек равна $G_{12} = \dfrac{c_1}{f} + \dfrac{c_2}{f} + \dfrac{1 - \pi_2(1 + f_1/f)}{(1 - \pi_2)} \dfrac{\tilde{c}}{f + f_1 + f_2}$ при ограничении $\pi_2 < \dfrac{f}{f + f_1}$, следующем из неравенства (21).

Стратегия 1.3. Если $G^{(1)'}_{y_2} \geq 0,\ G^{(1)'}_{y_1}(y_1, y_{2\min}(y_1)) < 0$, то оптимальна стратегия $y_1 = 1$, $y_2 = \dfrac{1 - \pi_1 f}{1 - \pi_1} \dfrac{1}{f + f_1}$, $y_3 = \dfrac{1 - \pi_1 f}{1 - \pi_1} \dfrac{1}{f + f_1 + f_2}$. Функция издержек равна $G_{13} = c_1 + \dfrac{1 - \pi_1 f}{1 - \pi_1} \dfrac{c_2}{f + f_1} + \dfrac{1 - \pi_1 f}{1 - \pi_1} \dfrac{\tilde{c}}{f + f_1 + f_2}$.

Если выполнено $G^{(1)'}_{y_2} < 0,\ G^{(1)'}_{y_1}(y_1, y_{2\max}{}^{(1)}(y_1)) < 0$, то выгодно рассматривать БДР, принадлежащие ребру $y_{2\max}{}^{(2)}(y_1)$, на котором не выполняется условие (21). Исследуем подобные стратегии.

Рассмотрим стратегии, удовлетворяющие Утверждению 1, для которых при любом допустимом (t_0, t_1, t_2), $t_0 = t_1 = t_2$ выполнено условие

(17), т.е. вероятность проверки плательщиков доверенными лицами равна 0. Назовём данный класс стратегий 2-ым классом. В этом классе правильное действие плательщика обеспечивается только за счёт честных проверок на 1-ом и 2-ом уровнях. Найдём вероятности, минимизирующие издержки на проверку плательщиков с доходом I во 2-ом классе стратегий. Получим задачу минимизации:

$$H^{(2)}(\cdot) = y_1(\cdot)c_1 + y_2(\cdot)c_2 \to \min_{\vec{y}} \tag{23}$$

при ограничениях (8) и (17). Из заданных ограничений и вида функции (23) следует, что функция (23) достигает минимума по $y_2(\cdot)$ при минимально допустимом $y_2(\cdot)$. Получим задачу минимизации при тех же ограничениях:

$$G^{(2)}(y_1) = y_1(\cdot)c_1 + \frac{1 - y_1(\cdot)\pi_1 f}{(1-\pi_1)\pi_2}\frac{c_2}{f + f_1} \to \min_{y_1}$$

Найдём производную функции издержек по переменной y_1: $G'^{(2)}_{y_1} = c_1 - \frac{\pi_1 f}{(1-\pi_1)\pi_2}\frac{c_2}{f + f_1}$. Функция издержек линейна по y_1, поэтому минимум в данном классе стратегий достигается на концах интервала допустимых значений y_1. Из неравенства $y_1 \geq y_2$ в ограничении (8) и неравенства $y_2(\pi_1, \pi_2, t_0, t_1) \geq \frac{1 - y_1(\pi_1, \pi_2, t_0)\pi_1 f}{(1-\pi_1)\pi_2}\frac{1}{f + f_1}$ в ограничении (17) следует неравенство: $y_1 \geq \frac{1}{\pi_1 f + (1-\pi_1)\pi_2(f + f_1)}$. С учётом ограничений запишем интервал допустимых значений вероятности $y_1 \in [\max(1/f, \frac{1}{\pi_1 f + (1-\pi_1)\pi_2(f + f_1)}), 1]$.

Перечислим стратегии, оптимальные во 2-ом классе стратегий:

Стратегия 2.1. Если $G'^{(2)}_{y_1} \geq 0$ и $\frac{1}{f} \geq \frac{1}{\pi_1 f + (1-\pi_1)\pi_2(f + f_1)}$, то оптимальны вероятности $y_1 = 1/f$, $y_2 = \frac{1}{\pi_2(f + f_1)}$, $y_3 = 0$. Функция издержек равна $G_{21} = \frac{c_1}{f} + \frac{c_2}{\pi_2(f + f_1)}$

Стратегия 2.2. Если $G'^{(2)}_{y_1} \ge 0$ и $\dfrac{1}{f} < \dfrac{1}{\pi_1 f + (1-\pi_1)\pi_2 (f + f_1)}$, то оптимальны вероятности $y_1 = y_2 = \dfrac{1}{\pi_1 f + (1-\pi_1)\pi_2 (f + f_1)}$, $y_3 = 0$. Функция издержек равна $G_{21} = \dfrac{c_1 + c_2}{\pi_1 f + (1-\pi_1)\pi_2 (f + f_1)}$.

Стратегия 2.3. Если $G'^{(2)}_{y_1} < 0$, то оптимальны вероятности $y_1 = 1$, $y_2 = \dfrac{1-\pi_1 f}{(1-\pi_1)\pi_2} \dfrac{1}{f + f_1}$, $y_3 = 0$. Функция издержек равна $G_{22} = c_1 + \dfrac{1-\pi_1 f}{(1-\pi_1)\pi_2} \dfrac{c_2}{f + f_1}$.

Оптимальной стратегией является одна из 7-ми описанных стратегий-кандидатов. Находя оптимальные стратегии в каждом из 2-х непересекающихся классов и сравнивая функции издержек, мы найдём стратегию, обеспечивающую правильное действие плательщиков при минимальных затратах. Отметим, что если стратегия 1.2 оптимальна в 1-ом классе и соответствующее стратегии ограничение не выполнено, то тогда оптимальная стратегия принадлежит ко 2-ому классу.

5. Пример расчёта оптимальной стратегии

Определим стратегии, реализующие СПР с правильным действием плательщиков для следующей модели налогообложения малых предприятий. Предположим, что доход I налогоплательщиков может принимать значения от 0 до 1 млн. долларов в год. Агент с доходом I должен заплатить налог в размере $t^*(I) = tI$ при $t = 0.2$. Для нашего примера зададим штрафной коэффициент налогоплательщика равный $f = 4$. Пусть штрафные коэффициенты инспекторов равны штрафному коэффициенту плательщика: $f = f_1 = f_2 = 4$. Будем считать, что суммарные затраты инспекции на одну проверку составляют, соответственно, $c_1 = 2000\$$ для проверки 1-го уровня и $c_2 = 4000\$$ на проверку 2-го уровня. Расходы на одну проверку доверенным лицом очень велики и отражают дефицит его времени: $\tilde{c} = 100\,000\$$.

Проиллюстрируем изменение типа оптимальной стратегии в зависимости от долей π_1, π_2 (см. Рис. 2). Номер стратегии на графике соответствует порядковому номеру стратегии в разделе 4.

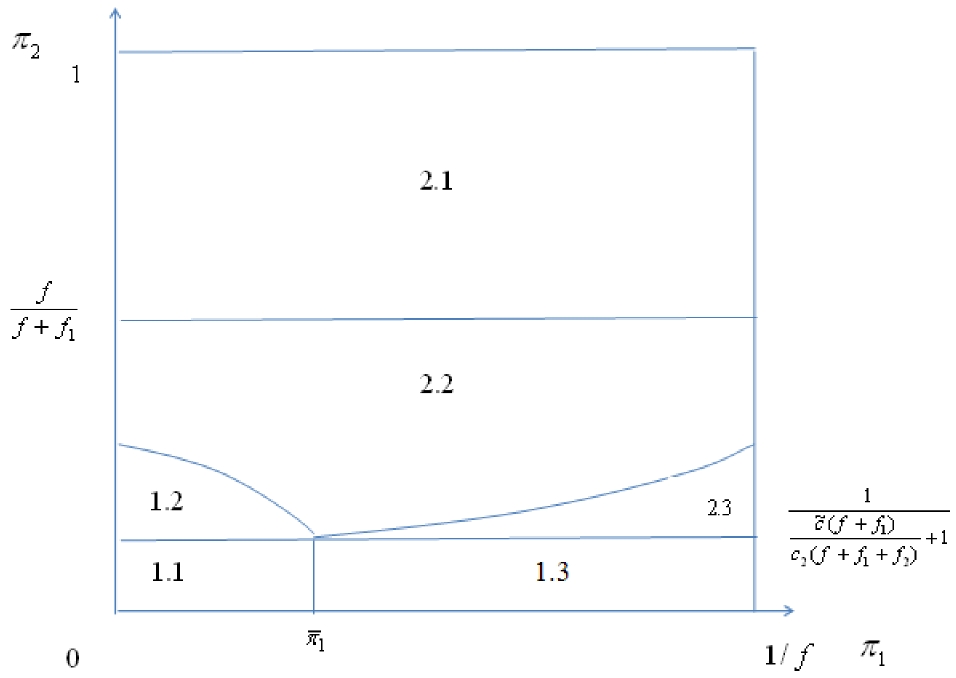

Рис. 2

Граница между областями 1.2 и 2.2 задаётся функцией $\pi_2(\pi_1)=\dfrac{(c_1+c_2)(f+f_1+f_2)(1-\pi_1)-\tilde{c}\,\pi_1 f}{(c_1+c_2)(f+f_1+f_2)(1-\pi_1)+\tilde{c}\,(f+f_1)}$, граница между областями 2.2 и 2.3 – функцией $\pi_2(\pi_1)=\dfrac{\pi_1 c_2 f}{c_1(1-\pi_1)(f+f_1)}$.

Зафиксируем $\pi_1<\bar{\pi}_1$, где $\bar{\pi}_1=1/(\dfrac{f}{c_1}(\dfrac{c_2}{f+f_1}+\dfrac{\tilde{c}}{f+f+f_2})+1)$ – граница между областями 1.1 и 1.3. Будем повышать π_2 от 0 до 1, оптимальные стратегии будут меняться в порядке от самой левой колонки таблицы до самой правой

Стратегия	1.1	1.2	2.2	2.1
Уровень	Вероятность			
1	$\frac{1}{f}$	$\frac{1}{f}$	$\frac{1}{\pi_1 f+(1-\pi_1)\pi_2(f+f_1)}$	$\frac{1}{f}$
2	$\frac{1}{f+f_1}$	$\frac{1}{f}$	$\frac{1}{\pi_1 f+(1-\pi_1)\pi_2(f+f_1)}$	$\frac{1}{\pi_2(f+f_1)}$
3	$\frac{1}{f+f_1+f_2}$	$\frac{1-\pi_2(1+f_1/f)}{(1-\pi_2)}\frac{\tilde{c}}{f+f_1+f_2}$	0	0

Таблица 1

В рассматриваемых стратегиях организацию проверки на некотором уровне иерархии можно условно разделить на два типа:

1) Создаётся «основной» уровень с относительно высокой долей инспекторов с честным поведением, проверки этим уровнем осуществляются с максимальной интенсивностью ($p_i = 1$).

2) Другие уровни становятся «вспомогательными». Задача этих уровней совершить недостающее для обеспечения честного поведения количество честных проверок ($p_i < 1$).

В стратегии 1.1 и в стратегии 2.1 нет «основного» уровня, и все уровни являются «вспомогательными». В стратегии 1.2 «основным» уровнем становится 2-ой, «вспомогательными» – 1-ый и 3-ий. В стратегии 1.3 «основным» уровнем является 1-ый, вспомогательными – 2-ой и 3-ий. В стратегии 2.2 «основной» уровень 2-ой, а вспомогательный – 1-ый, в стратегии 2.3 – наоборот.

Исследуем смену стратегий при фиксированном π_1 и возрастающем π_2. Пусть $\pi_1 < \overline{\pi}_2(\pi_1)$, рассмотрим таблицу 1. При низкой доле инспекторов с честным поведением на 1-ом и 2-ом уровнях проверки оптимальна стратегия 1.1, так как она является оптимальной в отсутствии априорно честных проверок. С возрастанием π_2 выгодно максимально увеличить интенсивность проверки 2-ым уровнем инспекторов, и тем самым снизить количество дорогостоящих проверок, проводимых доверенными лицами. Таким образом, 2-ой уровень становится «основным» и мы переходим к стратегии 1.2. При дальнейшем повышении доли честных проверок на 2-ом уровне π_2 становится возможным полностью отказаться от проверок доверенными лицами и перейти к стратегии из 2-го класса 2.2. В ней, по-прежнему, 2-ой уровень является «основным», а первый – «вспомогательным». Вероятность проверки 1-го уровня $p_1 = \dfrac{1}{\pi_1 f + (1-\pi_1)\pi_2(f + f_1)}$ убывает при увеличении доли π_2, и при $\pi_2 \geq f/(f + f_1)$ вероятность p_1 достигает минимума $1/f$, который необходим для обеспечения правильного действия плательщиков. Поэтому при $\pi_2 \geq f/(f + f_1)$ можно снизить интенсивность проверок 2-го уровня и перейти к стратегии 2.1. В этой стратегии вероятность проверки «вспомогательным» 1-ым уровнем минимальна, а 2-ой уровень перестаёт быть «основным», так как высокая доля π_2 позволяет снизить интенсивность проверок.

Приведём график изменения функции издержек по π_2 при фиксированном $\pi_1 = 0.0267$ – середине интервала $[0, \overline{\pi}_1)]$.

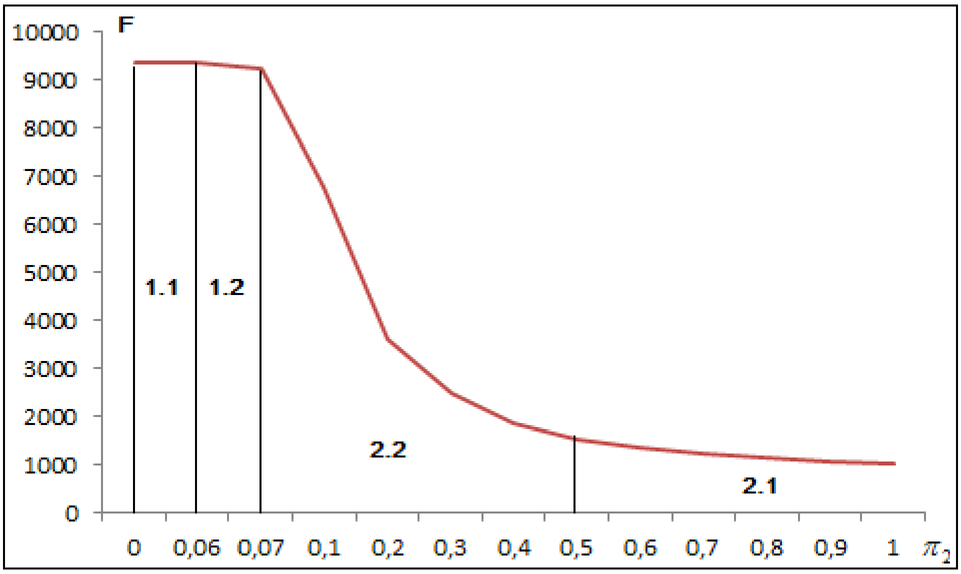

Рис. 3

На Рис. 3 функция издержек убывает с 9333$ на проверку одного плательщика до 1000$, т.е. на 89.28%. Стратегия 1.1 не зависит от π_1, π_2, поэтому при ней функция издержек не убывает. Наиболее резко функция издержек убывает при стратегии 2.2 – с 9206,63$ до 1500$.

6. Выводы

Наличие даже относительно небольшой доли честных проверок существенно снижает издержки на организацию инспекции. Например, при $\pi_1 = 2{,}67\%$, $\pi_2 = 20\%$ (см. Рис. 3) издержки снижаются более чем в 3 раза – с 9333$ до 3055$, а максимально возможное снижение издержек (при $\pi_2 = 1$) составляет $89{,}28\%$. Наибольшее снижение издержек происходит при переходе от стратегий 1-го класса к стратегиям из 2-го класса, т.е. при отказе от дорогостоящих проверок доверенными лицами. При ограничении $\pi_1 < 1/f$ наличие честных проверок на 1-ом уровне снижает издержки только при низкой доле π_2, так как при $\pi_2 > \dfrac{f}{f+f_1}$ становится оптимальной стратегия 2.1, которая не учитывает наличие честных проверок на 1-ом уровне.

В оптимальных стратегиях в зависимости от долей π_1 и π_2 применяются два способа организации инспекции: либо на всех уровнях устанавливаются минимально необходимые для обеспечения правильного действия плательщика вероятности проверки (как в стратегиях 1.1 и 2.1);

либо выделяется один «основной» уровень с высокой долей честных проверок, который проверяет с максимальной интенсивностью. Остальные уровни являются «вспомогательными» и обеспечивают недостающее для обеспечения правильного действия плательщика количество честных проверок. Первый тип организации инспекции характерен либо для очень низких долей π_1 и π_2 (стратегия 1.1), либо при большом соотношении между долями (стратегия 2.1). Таким образом, в иерархии отсутствуют «основные» уровни либо, когда доля честных проверок слишком мала для того, чтобы её учитывать, либо, наоборот, когда честные проверки становятся избыточными и их частоту можно уменьшить. В остальных «переходных» случаях присутствует «основной» уровень проверки, который выполняет основную работу по обеспечению честного поведения плательщиков.

Таким образом, смена оптимальных стратегий логична. Как только становится возможным, организатор инспекции отказывается от дорогих проверок 3-го уровня, или хотя бы пытается сократить интенсивность проверок доверенными лицами. В целом, вид оптимальной стратегии определяется соотношением между долями честных инспекторов на 1-ом и 2-ом уровнях: где доля больше, тот уровень и выполняет «основную работу» по обеспечению честного поведения плательщика, а вероятности проверки на прочих уровнях устанавливаются минимально необходимыми.

Представляет интерес дальнейшая разработка модели для случая с назначением инспекторам заработных плат по аналогии с моделью, рассмотренной в [10].

7. Список литературы

1. http://www.transparency.org.ru/indeks-vospriiatiia-korruptcii/rossiia-v-indekse-vospriiatiia-korruptcii-2012-novaia-tochka-otscheta

2. Сатаров Г.А. Антикоррупционная политика. М.: Фонд «Индем», РА «СПАС», 2004.

3. Левин М.И., Цирик М.Л. Математическое моделирование коррупции. Экономика и математические методы. Т. 34. Вып. 4. С. 34–55., 1998.

4. Chander P., Wilde L. Corruption in Tax Administration. J. of Public Econ. Vol. 49. № 3. P. 333–349, 1992.

5. Hindriks J., Keen M., Muthoo A. Corruption, Extortion and Evasion. J. of Public Econ. Vol. 74. № 3. P. 395–430, 1999.

6. Keren M., Levhari D. The Internal Organization of the Firm and the Shape of Average Costs. The Bell Journal of Economics. Vol. 14. №2. P. 474–486, 1983.

7. Qian Y. Incentives and Loss of Control in an Optimal Hierarchy // Review of Economic Studies. Vol. 61. №3. P. 527–544, 1994.

8. Васин А.А., Картунова П.А., Уразов А.С. Модели организации государственных инспекций и борьбы с коррупцией. Математическое моделирование. Т. 22. № 4. С. 67–89, 2010.

9. Васин А.А. Некооперативные игры в природе и обществе. М.: МАКС пресс, 2005.

10. Васин А.А., Николаев П.В., Уразов А.С. Механизмы подавления коррупции. Журнал Новой экономической ассоциации, 2011.

11. Васин А.А., Николаев П.В., Уразов А.С. Об оптимальной организации контролирующей структуры. Доклады Российской Академии наук, том 444, № 3, с. 262-265, 2012.

12. Fundenberg D., Tirole J. Game Theory.Cambridge: MIT Press, 1991.

13. Черников С.Н. Линейные неравенства. Наука, с.136-140, 1968.

14. Васин А.А., Краснощёков П.С., Морозов В.В. Исследование операций. М.: Издательский центр «Академия», с. 27-36, 2008.