

Г.П. Васильев, В.А. Личман, Н.В. Песков, Н.Л. Семендяева

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИФФУЗИИ ТЕПЛА И ВЛАГИ В ПОРИСТЫХ МАТЕРИАЛАХ¹

1. Введение

Массоперенос в капиллярно-пористых средах на протяжении длительного времени является предметом теоретических и экспериментальных исследований. Классические работы в этой области были сделаны в первой половине XX века [1]. Изучение процесса переноса влаги в пористых материалах имеет большое практическое значение, поскольку большинство материалов, используемых при строительстве зданий и сооружений, имеет капиллярно-пористую структуру. Стены современных зданий обычно состоят из нескольких слоёв различных материалов с разными физическими свойствами. При определённых условиях внутри стены в окрестности границы раздела разных материалов может происходить конденсация водяного пара и образование жидкой влаги (воды) в поровом пространстве. Увеличение влажности материала приводит к увеличению его теплопроводности и, следовательно, к уменьшению теплового сопротивления стены. Кроме того, наличие воды в поровом пространстве может приводить к разрушению структуры материала и даже к разрушению стены.

В российской строительной практике для расчёта влажностного режима многослойных стен широко применяется феноменологическая модель К.Ф. Фокина [2,3]. В модели Фокина внутренность стены разделяется на две зоны, сухую и влажную, причём размеры зон и границы между ними изменяются со временем. В сухой зоне влага содержится в виде абсорбированной воды, жёстко связанной с материалом, и в виде водяного пара в поровом пространстве. Перенос влаги в сухой зоне возможен только посредством диффузии водяного пара. Влажная зона образуется при конденсации водяного пара. Кроме абсорбированной воды и водяного пара влажная зона содержит также жидкую воду в порах материала. Предполагается, что во влажной зоне постоянно поддерживается динамическое равновесие между жидкой водой и водяным паром. Это означает, что давление водяного пара в жидкой зоне всегда равно давлению насыщенного

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России и имеет уникальный идентификатор RFMEFI57614X0034.

водяного пара при данной температуре. Изменение концентрации влаги во влажной зоне происходит вследствие диффузии воды в порах, конденсации пара и испарения воды.

В книге Фокина [2] приведено много примеров расчётов температурного и влажностного режима многослойных стен. Дифференциальные уравнения одномерной модели диффузии тепла и влаги решались с помощью метода прямых на грубой пространственной сетке с применением явной схемы Эйлера. Первой работой, в которой для решения задачи одновременного переноса тепла и влаги в стене из пористых материалов применялись современные методы вычислительной математики, была публикация Y.Ogniewicz с соавторами [4]. В этой работе изучались стационарные распределения тепла и влаги в слое пористого теплоизолятора. При этом использовалась модель, в основном аналогичная модели Фокина. Одной из первых работ, в которых численные методы применялись для изучения нестационарных режимов переноса тепла и влаги в ограждающих конструкциях зданий, была работа R.Kohonen [5]. В [5] и последующих работах (например, [6,7,8]), в которых проблема переноса тепла и влаги изучалась с помощью метода конечных разностей, рассматривались более сложные модели, по сравнению с моделью Фокина. Однако следует отметить, что детализация модели часто связана с введением новых параметров, значения которых неизвестны, и поэтому в расчётах приходится пользоваться приблизительными оценками.

В последнее время появляется всё больше работ, связанных с моделированием энергетического баланса здания в целом с учётом влияний как внешней, так и внутренней среды. В этом случае модель тепломассопереноса в ограждающих конструкциях здания является небольшой частью более общей большой модели и поэтому должна быть достаточно простой, не требующей больших вычислительных ресурсов [9,10].

Основная цель данной работы состоит в представлении достаточно точного и устойчивого численного алгоритма для решения модели Фокина на многопроцессорных ПК. Разработанные нами алгоритм и компьютерную программу можно использовать для долгосрочных прогнозов влажностного режима с целью оптимизации конструкции сложных многослойных стен с учётом климатических условий данного региона. Краткосрочные расчёты влажностного режима с учётом реальных климатических данных можно использовать для интерпретации данных тепловых испытаний здания, которые обычно проводятся после окончания строительства, когда некоторые теплофизические характеристики стен могут существенно отличаться от своих "равновесных" значений.

Статья организована следующим образом. Математическая формулировка модели Фокина представлена в разделе 2. Раздел 3 содержит описание разностной схемы и особенностей алгоритма решения разностной

задачи. В разделе 4 рассмотрены два примера расчёта влажностного режима трёхслойной стены.

2. Модель диффузии влаги в порах материала

Одномерная математическая модель нестационарного тепловлажностного режима многослойной оболочки здания построена на основе метода последовательного увлажнения, развитого К.Ф. Фокиным [2]. В модели предполагается, что вода в материале стены может пребывать в трёх видах: водяной пар, жидкая вода в порах материала и абсорбированная вода. Абсорбированная вода считается жёстко связанной с частицами материала и не перемещается в пространстве. Количество абсорбированной воды в единице объёма материала определяется относительной влажностью воздуха в порах и измеряется экспериментально. Водяной пар и жидкая вода могут диффундировать в поровом пространстве, причём предполагается, что потоки пара и воды пропорциональны градиенту давления пара и концентрации воды, соответственно. Для простоты учитываются потоки только в направлении, перпендикулярном поверхности стены.

2.1. Параметры модели

Направим ось координат Ox перпендикулярно поверхности стены. Пусть стена толщиной d [м] занимает интервал $0 < x < d$ и содержит n слоёв, d_j – толщина j -го слоя, $j=1,2,\dots,n$, причём соседние слои состоят из различных материалов. Границы слоёв расположены в точках L_k , $k=0,1,\dots,n$, где $L_0=0$, $L_k = \sum_{1 \leq j \leq k} d_j$, $k > 0$. Материал каждого слоя стены характеризуется следующими параметрами: ρ [кг/м³] – плотность; c [Дж/(кг·град)] – удельная изобарная теплоёмкость; λ [Вт/(м·град)] – коэффициент теплопроводности; μ [г/(ч·м·Па)] – коэффициент паропроводности; β [г/(ч·м·%)] – коэффициент влагопроводности.

Параметры ρ , c , μ предполагаются постоянными в рассматриваемом диапазоне значений температуры и влажности. Коэффициенты λ и β в общем случае зависят от температуры T [°С] и влажности ω [%] материала (влажность определяется как отношение массы влаги к массе сухого материала, выраженное в процентах). В данной работе будем учитывать зависимость только от влажности, поскольку в рассматриваемых условиях она меняется в широких пределах, т.е. $\lambda = \lambda(\omega)$, $\beta = \beta(\omega)$. В расчётах конкретный вид зависимостей определяется с помощью полиномиальной интерполяции экспериментальных данных.

В модели также используется экспериментально определяемая зависимость равновесной сорбционной влажности материала от относительной влажности воздуха и температуры $\omega = \omega(\varphi, T)$ (при фиксированной температуре $\omega = \omega(\varphi)$ – изотерма сорбции материала).

2.2. Теплопроводность

Перенос тепла в каждом слое стены описывается уравнением теплопроводности для температуры материала $T(t, x)$ (t – время в часах):

$$c\rho \frac{\partial T(t, x)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda(\omega) \frac{\partial T(t, x)}{\partial x} \right) + Q(T, \omega), \quad (1)$$

где член Q учитывает скрытую теплоту фазового перехода пар – вода (фазовый переход вода – лёд в модели не учитывается).

Коэффициент теплопроводности $\lambda(\omega(x))$ является непрерывной функцией внутри каждого слоя стены и, в общем случае, имеет разрывы на границах слоёв. Поэтому уравнение (1) определено внутри слоёв, а на границах раздела накладываемся условие непрерывности температуры и потока тепла:

$$\begin{aligned} T(t, x) \Big|_{x=L_j-0} &= T(t, x) \Big|_{x=L_j+0}, \\ \lambda(\omega) \frac{\partial T(t, x)}{\partial x} \Big|_{x=L_j-0} &= \lambda(\omega) \frac{\partial T(t, x)}{\partial x} \Big|_{x=L_j+0}, \quad j = 1, 2, \dots, n-1. \end{aligned} \quad (2)$$

На внешней поверхности стены задаётся конвективный теплообмен с внешним воздухом, температура которого $T_{ex}(t)$ – данная функция времени:

$$-\lambda(\omega) \frac{\partial T(t, x)}{\partial x} \Big|_{x=L_0} = \alpha_{ex} (T_{ex}(t) - T(t, x)) \Big|_{x=L_0}, \quad (3)$$

α_{ex} [Вт/(м²·К)] – коэффициент теплообмена. Аналогично, на внутренней поверхности стены задаётся конвективный теплообмен с внутренним воздухом:

$$-\lambda(\omega) \frac{\partial T(t, x)}{\partial x} \Big|_{x=L_n} = \alpha_{in} (T(t, x) - T_{in}(t)) \Big|_{x=L_n}. \quad (4)$$

2.3. Паропродность

Если относительная влажность воздуха φ в порах меньше 1, то в материале содержится только абсорбированная влага и водяной пар. При относительной влажности воздуха $\varphi < 1$ масса абсорбированной влаги в

единице объёма (1 м^3) материала равна $0.01\omega\rho$, где ρ – плотность материала, ω – относительная влажность в процентах, причём $\omega = o(\varphi)$ определяется по изотерме сорбции для данного материала. В этом случае влага перемещается только в виде водяного пара, и это перемещение описывается уравнением диффузии водяного пара при парциальном давлении $e(t, x)$ [Па]:

$$\xi(\omega)\rho \frac{\partial e(t, x)}{\partial t} = \mu \frac{\partial^2 e(t, x)}{\partial x^2}. \quad (5)$$

(Термодиффузия пара, т.е. диффузия, обусловленная градиентом температуры, в модели не учитывается.) Величина ξ [г/(кг·Па)] характеризует "пароёмкость" материала, её численное значение можно оценить по формуле [2]:

$$\xi(\omega(\varphi)) = \frac{d\omega(\varphi)}{d\varphi}.$$

Как уже отмечалось, уравнение (5) определено на той части интервала $(0, d)$, на которой $\varphi < 1$, или, поскольку $\varphi = e(t, x)/E(T)$, на которой $e < E$, где $E = E(T)$ – давление насыщенного водяного пара при температуре T . Размер и положение этой области зависят от времени, поэтому обозначим её через $V_t \subset (0, d)$ ("сухая" зона).

Если точка L_j , $0 < j < n$, принадлежит области V_t , то в этой точке задаётся условие непрерывности давления и потока пара, аналогичное условию (2). Если точка L_0 и/или L_n являются граничными точками области V_t , то в этих точках задаются условия конвективного парообмена с внешним и/или внутренним воздухом, аналогичные (3), (4).

2.4. Влагопроводность

Часть интервала $(0, d)$, которая не входит в область V_t , обозначим через W_t ("мокрая" зона), $V_t \cup W_t = (0, d)$. В области W_t в порах материала вместе с водяным паром содержится жидкая вода. Предполагается, что вода и пар находятся в состоянии равновесия, т.е. давление пара равно давлению насыщенного пара при данной температуре: $e(t, x) = E(T(t, x))$. Относительное количество жидкой влаги w , выраженное в процентах от массы материала, можно оценить по формуле

$$w(t, x) = \omega(t, x) - o(1), \quad (6)$$

где $o(1)$ – максимальная сорбционная влажность материала, соответствующая относительной влажности воздуха $\varphi = 1$.

Диффузия жидкой влаги в области W_t описывается уравнением

$$10\rho \frac{\partial w(t,x)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\beta(\omega) \frac{\partial w(t,x)}{\partial x} \right) + \mu \frac{\partial^2 E(T)}{\partial x^2}. \quad (7)$$

Коэффициент 10 появляется в (7) из-за размерности коэффициентов β и μ , в которых масса измеряется в граммах, и из-за того, что относительная влажность ω выражается в процентах.

Как уже отмечалось, в области W_i предполагается динамическое равновесие фаз воды, поэтому, чтобы избежать существенного усложнения модели, на границе областей W_i и V_i , а также в точках L_0 и/или L_n , если они являются граничными точками W_i , задаётся условие непротекания воды

$$\left. \frac{\partial w(t,x)}{\partial x} \right|_{x \in \partial W_i} = 0. \quad (8)$$

Если какая либо из точек L_j , $0 < j < n$, принадлежит области W_i , то в этой точке задаётся условие непрерывности концентрации и потока воды, аналогичное условиям (2). Пусть точка \bar{x} – граничная точка, разделяющая области V_i и W_i , причём для определённости полагаем, что область V_i лежит слева от \bar{x} . Тогда в точке \bar{x} задаётся условие непрерывности давления пара:

$$e(t,x) \Big|_{x=\bar{x}-0} = E(t,x) \Big|_{x=\bar{x}+0}. \quad (9)$$

2.5. Учёт теплоты фазового перехода пар-вода

В уравнении (7) член $v = \mu \partial^2 E / \partial x^2$ [г/(ч·м³)] представляет собой скорость изменения концентрации жидкости в результате конденсации пара или испарения воды, т.е. в результате фазового перехода. Это изменение сопровождается выделением или поглощением (в зависимости от знака v) теплоты фазового перехода, которая учитывается в уравнении (1) посредством члена Q , значение которого вычисляется по формуле

$$Q = \begin{cases} q_L v, & x \in W_i; \\ 0, & x \in V_i; \end{cases}$$

где q_L – удельная теплота фазового перехода.

3. Численное решение

Система дифференциальных уравнений для температуры $T(t,x)$ (1), парциального давления водяного пара $e(t,x)$ (5) и процентной концентрации жидкой влаги $w(t,x)$ (7) численно решается методом конечных разностей.

Для аппроксимации пространственных производных на интервале $(0, d)$ задаётся равномерная пространственная сетка $x_k = (k - 0.5)h$, $k = 1, 2, \dots, N$, $h = d/N$. При этом для простоты полагаем, что границы слоёв (точки L_j , $0 < j < n$) лежат ровно посередине между соседними узлами сетки. Ясно, что при достаточно большом N это предположение не влияет на результат.

Производные по времени аппроксимируются на временной сетке $t_0 (= 0), t_1, \dots, t_m, \dots$ с переменным шагом $\tau_m = t_{m+1} - t_m$, $m \geq 0$. Коэффициенты уравнений и неизвестные функции аппроксимируются сеточными функциями по формуле $f_k^m = f(t_m, x_k)$. В дальнейшем для краткости значения сеточных функций на текущем временном слое при $t = t_m$ будем обозначать без верхнего индекса (f_k), а значения на следующем временном слое $t = t_{m+1}$ будем обозначать со знаком \wedge над символом функции (\hat{f}_k).

3.1. Уравнения в конечных разностях

Система разностных уравнений модели выводится из дифференциальных уравнений с помощью метода баланса. Используя неявную схему для аппроксимации производных по времени, получаем систему разностных уравнений, которую можно записать в виде:

$$hc_k \rho_k \frac{\hat{T}_k - T_k}{\tau} = \hat{\Lambda}_k^- (\hat{T}_{k-1} - \hat{T}_k) - \hat{\Lambda}_k^+ (\hat{T}_k - \hat{T}_{k+1}) + \hat{Q}_k, \quad k = 1, 2, \dots, N. \quad (10)$$

$$h\xi_k \rho_k \frac{\hat{e}_k - e_k}{\tau} = \hat{M}_k^- (\hat{e}_{k-1} - \hat{e}_k) - \hat{M}_k^+ (\hat{e}_k - \hat{e}_{k+1}), \quad x_k \in V_t. \quad (11)$$

$$10h\rho_k \frac{\hat{w}_k - w_k}{\tau} = \hat{B}_k^- (\hat{w}_{k-1} - \hat{w}_k) - \hat{B}_k^+ (\hat{w}_k - \hat{w}_{k+1}) + \hat{v}_k, \quad x_k \in W_t. \quad (12)$$

Коэффициенты Λ вычисляются по формулам:

$$\Lambda_1^- = \frac{2\alpha_{ex}\lambda_1}{\alpha_{ex}h + 2\lambda_1}, \quad \Lambda_k^- = \frac{2\lambda_{k-1}\lambda_k}{h(\lambda_{k-1} + \lambda_k)}, \quad k = 2, \dots, N;$$

$$\Lambda_k^+ = \frac{2\lambda_k\lambda_{k+1}}{h(\lambda_k + \lambda_{k+1})}, \quad k = 1, \dots, N-1, \quad \Lambda_N^+ = \frac{2\lambda_N\alpha_{in}}{2\lambda_N + \alpha_{in}h}.$$

Формулы для вычисления коэффициентов M и B имеют такой же вид с очевидной заменой переменных. Отметим только, что коэффициенты B вычисляются лишь в области W_t , причём всегда $B_1^- = 0$ и $B_N^+ = 0$.

$$v_k = M_k^- (E_{k-1} - E_k) - M_k^+ (E_k - E_{k+1}),$$

где $E_j = E(T_j)$, если $x_j \in W_t$; и $E_j = e_j$, если $x_j \in V_t$, $j = k-1, k, k+1$.

Полагая $T_0 = T_{ex}(t_m)$, $T_{N+1} = T_{in}(t_m)$, и $e_0 = e_{ex}(t_m)$, $e_{N+1} = e_{in}(t_m)$, получаем замкнутую систему $2N$ нелинейных алгебраических уравнений (10)-(12) относительно $2N$ неизвестных.

3.2. Решение методом итераций

Решение системы (10)-(12) может быть получено методом итераций. Пусть известно решение T, e, w в момент времени t_m (при t_0 используем начальное условие). Используем решение T, e, w для вычисления коэффициентов Λ, M, B . Вычисленные коэффициенты подставляем в систему (10)-(12) и получаем систему линейных уравнений относительно $\hat{T}, \hat{e}, \hat{w}$. Решение линейной системы $T^{(1)}, e^{(1)}, w^{(1)}$ представляет собой первое приближение к решению $\hat{T}, \hat{e}, \hat{w}$.

На второй итерации для вычисления коэффициентов используем первое приближение. Решение полученной таким образом линейной системы является вторым приближением $T^{(2)}, e^{(2)}, w^{(2)}$ к решению исходной системы. Продолжая итерации, получим последовательность $\{T^{(i)}, e^{(i)}, w^{(i)}\}$ приближений к решению $\hat{T}, \hat{e}, \hat{w}$. Итерации прекращаются, когда евклидовы нормы разности между двумя последовательными приближениями $\|T^{(i)} - T^{(i-1)}\|$, $\|e^{(i)} - e^{(i-1)}\|$ и $\|w^{(i)} - w^{(i-1)}\|$ становятся достаточно малыми.

Если условие сходимости приближений не выполняется за заданное максимальное число итераций, то текущие итерации прекращаются, и шаг по времени признаётся неуспешным. В этом случае уменьшается величина шага по времени τ и начинается новый цикл итераций. Если условие сходимости выполняется и число итераций меньше максимального числа, то итерации прекращаются, и шаг по времени считается успешным (см. раздел 3.4). Текущее время увеличивается на величину τ .

Поскольку на каждой итерации системы линейных уравнений для температуры (10) и для влажности (11),(12) независимы, то на многопроцессорных ПК их можно решать параллельно на разных процессорах.

3.3. Переопределение "мокрой" зоны

Отметим, что все итерации на одном шаге по времени выполняются с фиксированными областями V_i и W_i . Переопределение "мокрой" (и, следовательно, "сухой") зоны делается после каждого успешного шага по времени.

В начальный момент ($t_0 = 0$) в "мокрую" область W_0 включаются все узлы, в которых относительная влажность не меньше максимальной сорбционной влажности.

После каждого успешного (m -го) шага по времени к W_m добавляются те узлы области $x_k \in V_m$, в которых давление пара становится не меньше давления насыщенного пара ($e_k \geq E(T_k)$). При этом концентрация воды в узле x_k полагается равной $w_k = \tilde{o}(\varphi)$, где \tilde{o} – экстраполяция изотермы сорбции o на значения $\varphi > 1$. Давление водяного пара в узле x_k полагается равным давлению насыщенного водяного пара при температуре T_k , $e_k = E(T_k)$.

Узлы $x_k \in W_m$, в которых концентрация воды становится меньше нуля ($w_k < 0$), исключаются из W_m и включаются в V_m . При этом влажность в узле x_k полагается равной $\omega_k = o(1) - w_k$, а давление водяного пара определяется как решение уравнения $o(\varphi) = \omega_k$.

Таким образом, формируются новые зоны V_{m+1} и W_{m+1} . Никаких ограничений на форму и размеры "мокрой" зоны не накладываемся, эта зона (как и "сухая" зона) может содержать интервалы и/или отдельные узлы.

3.4. Выбор величины шага по времени

Представленная выше модель тепловлагодпереноса предназначена для моделирования тепловлажностного режима стены на протяжении длительного времени, обычно в течение нескольких лет. За это время "мокрые" зоны в стене могут несколько раз появляться и исчезать. "Мокрая" зона образуется, как правило, в холодное время года и исчезает (высыхает) в тёплое время года. В те периоды времени, когда во влажностном режиме не происходят качественные изменения (лето, зима), величина шага интегрирования τ может быть относительно большой. И напротив, при появлении и исчезновении "мокрой" зоны (осень, весна) величина шага τ должна быть относительно малой для сохранения устойчивости разностной схемы. Поэтому для эффективной работы алгоритма необходимо изменять величину шага в зависимости от свойств решения.

В компьютерной программе для изменения величины τ применяется простая, но в данном случае важная и эффективная процедура. В начальный момент времени величина τ выбирается достаточно малой по сравнению с заданной максимальной величиной шага τ_{\max} . Например, можно взять $\tau = 0.001\tau_{\max}$. Шаг по времени с заданным τ считается "успешным", если а) число итераций до

выполнения условия сходимости не больше максимального числа итераций, и б) относительные изменения нормы решения за шаг не превосходит заданной (достаточно малой) величины. Точнее, требуется выполнение неравенств:

$$\|\hat{T} - T\| < \varepsilon_1^T \|T\| + \varepsilon_2^T, \quad \|\hat{e} - e\| < \varepsilon_1^e \|e\| + \varepsilon_2^e, \quad \|\hat{w} - w\| < \varepsilon_1^w \|w\| + \varepsilon_2^w.$$

Если шаг не является "успешным", то величина τ уменьшается в заданном отношении и делается новая попытка шага с новым значением τ . Этот процесс продолжается до тех пор, пока шаг не станет "успешным" либо пока величина τ не станет меньше заданной минимальной величины τ_{\min} . В последнем случае работа программы прекращается. Увеличение величины шага происходит, если текущее значение не превосходит τ_{\max} и количество последовательных успешных шагов превосходит заданное число.

4. Примеры расчётов

Ниже приводятся два примера расчётов влажностного режима трёхслойной стены, составленной из двух материалов: бетона (прочность) и минеральной ваты (теплоизоляция). В стене материалы располагаются в следующей последовательности: бетон - минеральная вата - бетон. Толщина стены $d = 0.4$ м. Будут рассмотрены два варианта конструкции стены. Вариант А: $d_1 = 0.1$ м, $d_2 = 0.1$ м и $d_3 = 0.2$ м; и вариант В: $d_1 = 0.2$ м, $d_2 = 0.1$ м и $d_3 = 0.1$ м. В варианте А теплоизоляция расположена ближе к внешней стороне стены, а в варианте В, наоборот, ближе к внутренней стороне.

4.1. Характеристики материалов

В расчётах использованы типичные значения параметров, которые можно найти в строительных справочниках (Таблица 1). В частности, мы использовали данные из работ [2,3]. В справочной литературе значения некоторых параметров традиционно приводятся в технической системе величин. В этих случаях мы переводим их в систему СИ.

Предполагается, что коэффициенты теплопроводности λ и влагопроводности β линейно зависят от влажности материала: $\lambda = \lambda_0 + k_\lambda \omega$, $\beta = \beta_0 + k_\beta \omega$. (В расчётах используется единица мощности кДж/ч, $1 \text{ Вт} = 1 \text{ Дж/с} = 3.6 \text{ кДж/ч}$.)

На Рис.1 значками показаны справочные данные из [3], линиями – полиномиальная интерполяция этих данных. Изотерма сорбции для бетона представлена полиномом

$$o_c(\varphi) = 0.65\varphi^2 + 0.70\varphi + 0.04.$$

Максимальная сорбционная влажность бетона $o_c(1) = 1.39\%$.

Для минеральной ваты

$$o_w(\varphi) = 6.643\varphi^4 - 8.990\varphi^3 + 3.755\varphi^2 + 0.007\varphi + 0.013.$$

Максимальная сорбционная влажность минеральной ваты $o_w(1) = 1.43\%$.

Таблица 1. Значения параметров

	бетон (на кирпичном щебне)	минеральная вата
ρ , кг/м ³	2400	150
c , кДж/(кг·град)	0.84	0.84
μ , г/(ч·м·Па)	$3.0 \cdot 10^{-5}$	$3.1 \cdot 10^{-4}$
λ_0 , Вт/(м·град)	1.51	0.038
k_λ , Вт/(м·град·%)	0.1164	0.0017
β_0 , г/(м·ч·%)	0.01	$2.65 \cdot 10^{-6}$
k_β , г/(м·ч·%·%)	0.018	$8.18 \cdot 10^{-6}$

Конвективный теплообмен между стеной и окружающим воздухом (3), (4) определяется коэффициентами теплообмена на внешней поверхности стены $\alpha_{ex} = 23$ ккал/(м²·град) и на внутренней поверхности $\alpha_{in} = 7.3$ ккал/(м²·град) (1 ккал=4.1868 кДж). Сопротивление влагообмену на внешней и внутренней поверхности стены полагается равным 0.1 и 0.2 (мм.рт.ст·ч·м²)/г, соответственно [2] (1 мм.рт.ст = 133.322 Па).

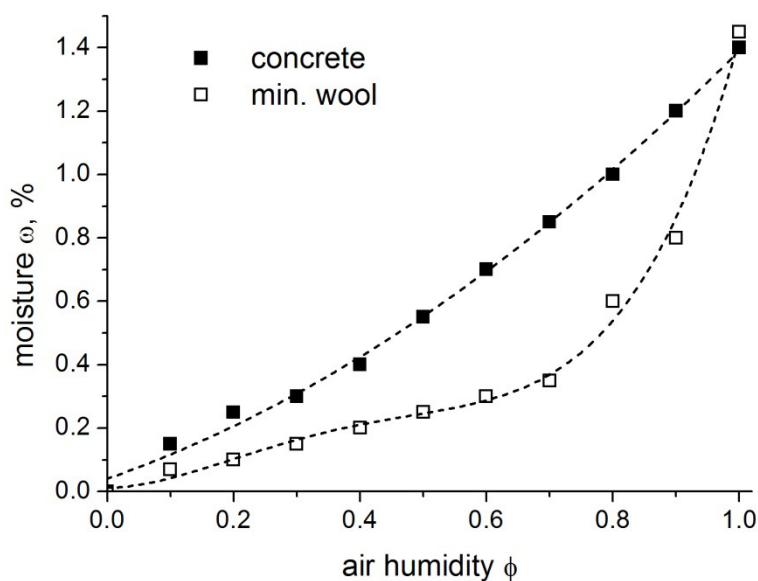


Рис.1. Изотерма сорбции $O(\varphi)$ бетона и минеральной ваты.

4.2. Климатические данные

В расчётах для моделирования сезонных изменений температуры и влажности наружного воздуха используются среднемесячные значения этих параметров, наблюдаемые в московском регионе. По этим данным с помощью интерполяции Фурье определялись среднесуточные значения T_{ex} и φ_{ex} .

Таблица 2. Среднемесячная температура и относительная влажность воздуха.

	янв.	фев.	март	апр.	май	июнь	июль	авг.	сен.	окт.	ноя.	дек.
$T_{ex}, ^\circ\text{C}$	-9.4	-8.5	-3.6	4.9	12.9	17.0	19.3	17.4	11.7	5.0	-1.6	-6.9
φ_{ex}	0.84	0.81	0.78	0.65	0.58	0.59	0.63	0.68	0.73	0.78	0.82	0.85

Температура и относительная влажность внутреннего воздуха считались постоянными: $T_{in} = 20^\circ\text{C}$, $\varphi_{in} = 0.55$.

4.3. Начальные условия

В расчётах за начальный момент времени принимается середина июля. В этот момент температура внешнего воздуха $T_{ex}(t_0) = 19.3^\circ\text{C}$, температура внутреннего воздуха $T_{in}(t_0) = 20^\circ\text{C}$. В начальный момент времени температура стены полагается одинаковой по толщине стены и равной $T(t_0, x) = (T_{ex}(t_0) + T_{in})/2$.

Начальная весовая влажность бетона и минеральной ваты принимается равной 1%, что меньше максимальной сорбционной влажности этих материалов. Таким образом, в начальный момент времени в стене нет жидкой воды (т.е. нет "мокрой" зоны, $W_0 = \emptyset$). По заданной начальной влажности с помощью изотермы сорбции соответствующего материала определяется начальная относительная влажность воздуха в поровом пространстве, затем вычисляется начальное парциальное давление водяного пара.

Относительная влажность воздуха φ и парциальное давление водяного пара e при температуре T связаны соотношением $\varphi = e/E(T)$, где $E(T)$ давление насыщенного водяного пара. Для вычисления $E(T)$ мы пользуемся приближённой формулой

$$E(T) = \begin{cases} 4.688 (1.486 + T/100)^{12.3}, & T < 0, \\ 288.58 (1.098 + T/100)^{8.02}, & T \geq 0. \end{cases}$$

4.4. Результаты расчётов

Расчёт тепловлажностного режима стены в вариантах А и В проводился для периода времени длительностью 5 лет.

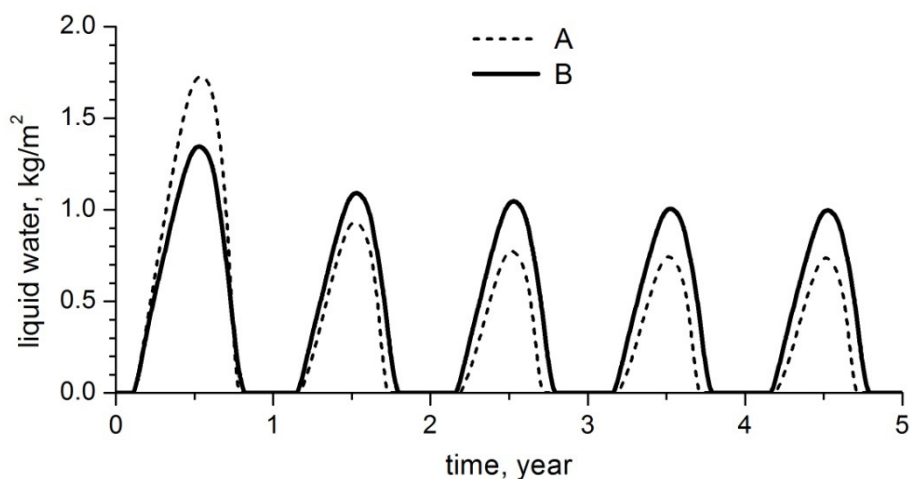


Рис.2. Масса жидкой влаги на 1 м² стены в вариантах А и В.

На Рис. 2 показаны графики зависимости от времени массы жидкой влаги на 1 м² стены в течение пяти лет (год начинается в середине июля). Из этих графиков можно заключить, что каждый год в период с октября по апрель в стене происходит конденсация влаги. В установившемся режиме масса жидкой влаги в стене А примерно на 20% меньше, чем в стене В, однако в обоих случаях масса жидкой влаги на 1 м² стены не превосходит 1 кг. Заметим, что в рассматриваемых конструкциях масса 1 м² сухой стены равна 735 кг.

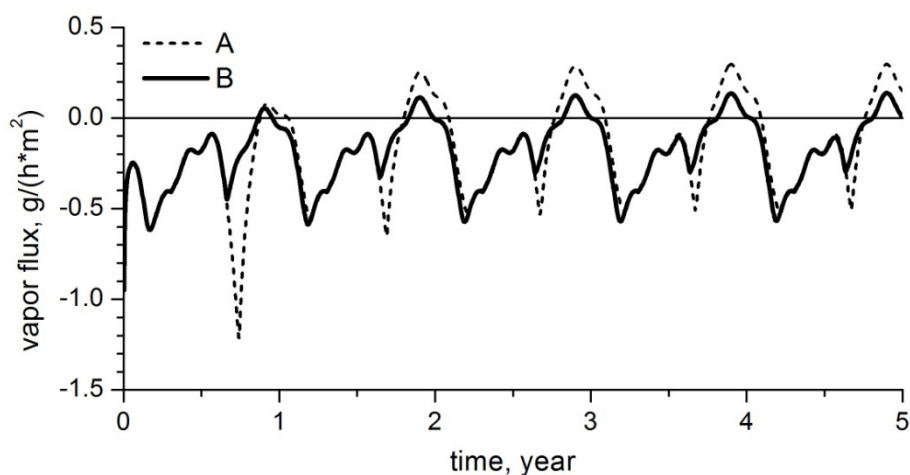


Рис. 3. Поток водяного пара через внешнюю поверхность стены.

Из Рис.2 следует, что на протяжении первых двух лет в стене происходит переходный процесс, вызванный отклонением начальной влажности от "равновесного" состояния. При выбранной начальной влажности (1%) материал стены оказывается "переувлажнённым", и в течение первых двух лет происходит сушка стены – удаление лишней влаги. На сле-

дующем Рис.3 показаны графики величины потока пара через внешнюю поверхность стены. Отрицательные значения соответствуют потоку из стены во внешний воздух, положительные – потоку в стену из внешнего воздуха. Фазовые переходы в поровой влаге, конденсация пара и испарение воды сопровождаются выделением и поглощением теплоты. На Рис.4 показаны графики теплоты фазовых переходов в течение суток на 1 м^2 стены. Положительные значения теплоты соответствуют выделению тепла (при конденсации), отрицательные – поглощению (при испарении).

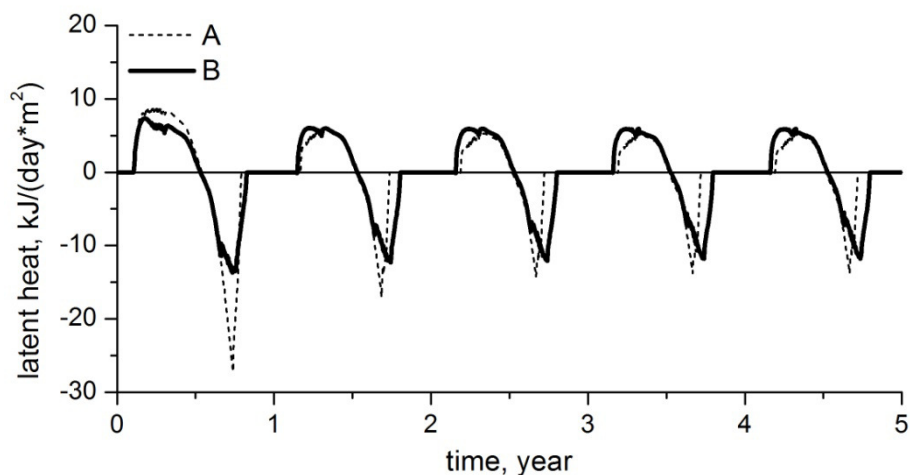


Рис.4. Теплота фазовых переходов поровой влаги в 1 м^2 стены в течение суток.

На следующих трёх рисунках показаны пространственно-временные диаграммы температуры стены, относительной влажности воздуха в порах и массы жидкой влаги в порах. На диаграммах изображена эволюция перечисленных величин в течение 5-го года, когда годовые изменения температуры и влажности в стене можно считать установившимися.

Пространственно-временная диаграмма температуры на Рис.5 показывает, что основное изменение температуры в стене происходит в слое теплоизоляции, в то время как в слоях бетона температура меняется мало. Условия для конденсации водяного пара создаются в слое внешнего бетона и прилегающей к нему теплоизоляции, где температура повторяет годовой ход температуры внешнего воздуха. В холодное время года давление водяного пара в порах становится выше давления насыщенного пара, и начинается конденсация пара. В варианте В область конденсации в 2 раза шире, чем в варианте А, поэтому в стене В образуется больше воды (Рис.2).

На диаграмме относительной влажности воздуха в порах материала стены (Рис.6) чёрным цветом закрашена "мокрая" зона, в которой относительная влажность воздуха равна единице.

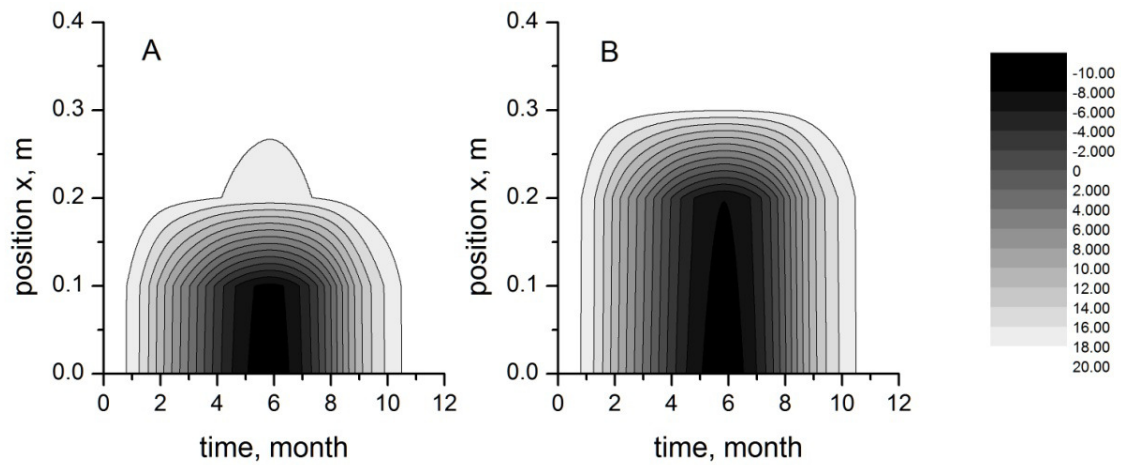


Рис.5. Пространственно-временная диаграмма температуры [°C].

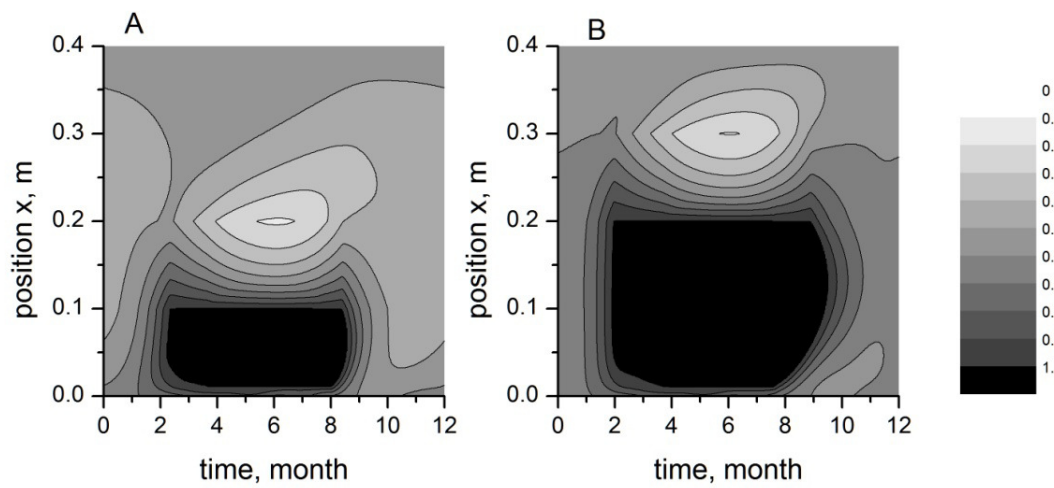


Рис.6. Пространственно-временная диаграмма относительной влажности воздуха в порах.

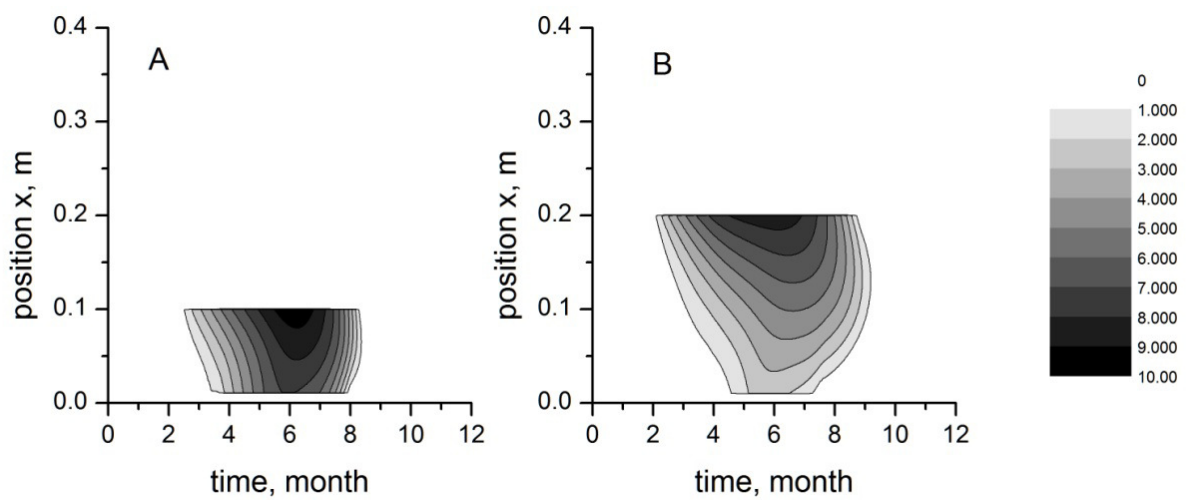


Рис.7. Пространственно-временная диаграмма концентрации жидкой влаги [кг/м³].

Из диаграммы концентрации жидкой влаги, представленной на Рис. 7, следует, что максимальная концентрация влаги во внешнем слое бетона наблюдается вблизи границы бетона со слоем теплоизоляции.

Таким образом, чем ближе к внешней поверхности стены расположен слой теплоизоляции, тем уже зона конденсации водяного пара и тем меньше масса жидкой влаги, образующейся в стене в холодное время года. Этот факт хорошо известен в строительной практике. Рассмотренные примеры демонстрируют вычислительные возможности модели Фокина и разработанной нами программы для её численного решения.

5. Заключение

В статье представлена разностная схема и описан алгоритм численного решения модели К.Ф. Фокина нестационарного тепловлагоденоса в многослойной стене из пористых материалов. Параллельное решение уравнений тепло- и влагопереноса и переменная величина шага по времени существенно сокращают процессорное время. Разработанную компьютерную программу можно использовать для инженерных расчётов в строительной практике для долгосрочного прогнозирования влажностного режима многослойных стен с учётом климатических условий эксплуатации. Приведённые в статье примеры расчётов демонстрируют вычислительные возможности программы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Лыков А.В.* Явления переноса в капиллярно-пористых телах. – М.: Гостехтеоретиздат, 1954.
2. *Фокин К.Ф.* Строительная теплотехника ограждающих частей зданий. – М.: Стройиздат, 1973.
3. Руководство по расчету влажностного режима ограждающих конструкций зданий. – М.: Стройиздат, 1984
4. *Ogniewicz Y., Tien C.E.* Analysis of condensation in porous insulation // *Int. J. Heat Mass Transfer*, 1981, Vol.24, pp.421-429.
5. *R. Kohonen.* Transient analysis of the thermal and moisture physical behaviours of building constructions // *Building and Environment*, 1984, Vol.19, pp.1-11.
6. *Kiinzl H.M., Kiessl K.* Calculation of heat and moisture transfer in exposed building components // *Int. J. Heat Mass Transfer*, 1997, Vol.40, pp.159-617.
7. *Haupt P., Grunewald J., Fechner H., Stopp H.* Coupled heat air and moisture transfer in building structures // *Int. J. Heat Mass Transfer*, 1997, Vol.40, pp.1633-1642.
8. *Mendes N., Winkelmann F.C., Lamberts R., Philippi P.C.* Moisture effects on conduction loads // *Energy and Buildings*, 2003, Vol.35, pp.631–644.

9. *Fanga X., Athienitis A.K., Fazio P.P.* Methodologies for shortening test period of coupled heat-moisture transfer in building envelopes // *Applied Thermal Engineering*, 2009, Vol.29, pp.787–792.
10. *Steeman M., Janssens A., Steeman H.J., Van Belleghem M., De Paepe M.* On coupling 1D non-isothermal heat and mass transfer in porous materials with a multizone building energy simulation model // *Building and Environment*, 2010, Vol.45, pp.865-877.