Росляков Г.С., Садков Ю.Н.

ОСЕСИММЕТРИЧЕСКИЕ ТЕЧЕНИЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА И ИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ С ПРЕГРАДАМИ*

Изучается взаимодействие течений идеального газа с преградами. Особое внимание уделено влияннию закрученности сверхзвуковой струи на ее структуру и параметры автоколебаний, возникающих при ее столкновении с преградами.

Данная работа продолжает и расширяет тематику работ [1 – 4].

Осесимметрические течения идеального газа в цилиндрических координатах описываются системой уравнений Эйлера:

$$\partial U/\partial t + \partial F/\partial x + \partial G/\partial r + H = 0, \tag{1}$$

где $U=\begin{pmatrix}\rho \\ \rho\ u \\ \rho\ v \\ \rho\ w \\ e\end{pmatrix}$, $F=\begin{pmatrix}\rho\ u \\ p+\rho\ u^2 \\ \rho\ u\ v \\ \rho\ u\ w \\ (e+p)\ u\end{pmatrix}$, $G=\begin{pmatrix}\rho\ v \\ \rho\ uv \\ p+\rho\ v^2 \\ \rho\ vw \\ (e+p)v\end{pmatrix}$, $H=\dfrac{1}{r}\begin{pmatrix}\rho\ v \\ \rho\ uv \\ \rho\ (v^2-w^2) \\ 2\rho\ vw \\ (e+p)v\end{pmatrix}$,

где p, ρ, u,v,w – соответственно давление, плотность и компоненты скорости – осевая, радиальная и окружная,

$$e = p/(\gamma-1) + 0.5\rho\,(u^2+v^2+w^2)\ .$$

Для расчетов применялась явная разностная схема третьего порядка аппроксимации [5] на равномерной сетке с шагами $h_x = 0.1$, $h_r = 0.05$.

Расчетная область прямоугольная: $0<x<x_N = 10$ ' $0< r<r_N = 7$. При наличии преграды расстояние до нее от среза сопла задается величиной l, радиус – r_c, глубина полости в преграде – L.

Исходные данные: во всей области покоящийся газ с $p=\rho=1$, на срезе сопла ($x = 0$, радиус сопла $r = 1$) запускается расчетная сверхзвуковая струя с параметрами $p=\rho=1$, $u=2$, $v=\omega=0$, число Маха $M = 2/\sqrt{\gamma}$, γ

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (99-01-00129, 01-01-00116).

=1.4. После того как происходит стабилизация течения во всей области, на срезе сопла задается закручивание струи с окружной скоростью $w=\omega * r$, где угловая скорость ω постоянна.

На рисунках 1 и 2 – графики $p(x)$ и $u(x)$ на оси в установившемся течении закрученной свободной струи с $\omega=2$ (сплошная линия) и $\omega=3$ (пунктир). Как видно из этих графиков, струя, которая до закручивания была расчетной, приобрела четко выраженную бочкообразную структуру, которая весьма существенно зависит от величины ω. Прежде всего это касается расположения разрывов. Отметим также, что $p(x) < 1$ везде при $x > 0$, то есть меньше давления в окружающей среде, что характерно для перерасширенных струй.

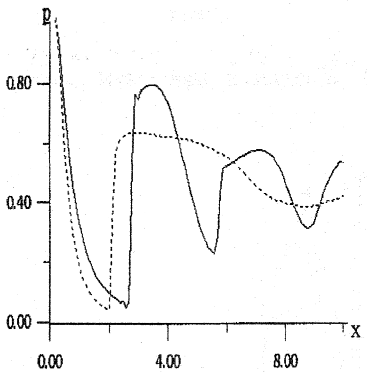

Рис.1

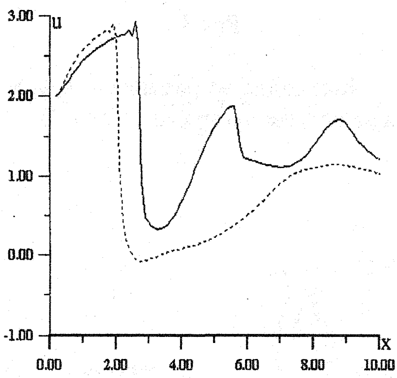

Рис2

Далее рассмотрим взаимодействие струй с цилиндрическим торцом радиуса $r_c=1.3$, расположенного на расстоянии $l=3.5$ от сопла. На рисунке 3 показаны графики колебаний давления в центре торца для струи, закрученной на срезе сопла с угловой скоростью $\omega = 2$ (сплошная линия) и незакрученной расчетной струи (пунктир). Вторая из них дает незначительные осцилляции. На рисунках 4,5,6 показано распределение значений функций p, v, w по радусу вблизи преграды в четырех фазах одного периода. Эти фазы соответствуют точкам 1- 4 на рисунке 3 -на графике давления $p(t)$ в этом периоде.

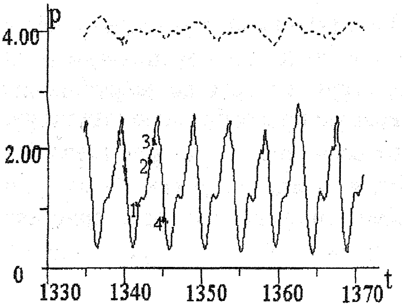

Рис.3

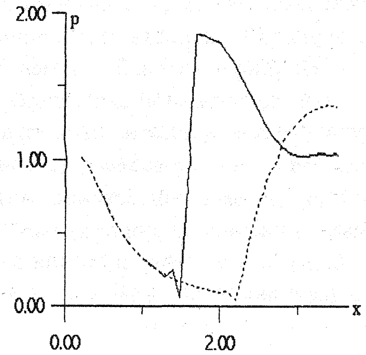

Рис.4

Как видно из рисунка 4, в фазе 2 и 3 образуется максимум давления на кромке преграды (r =1.3).

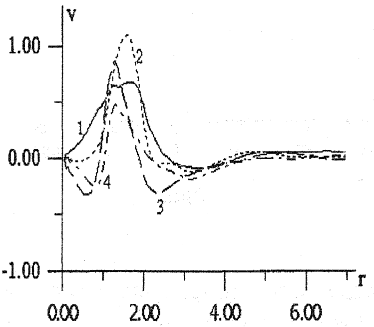

Рис.5

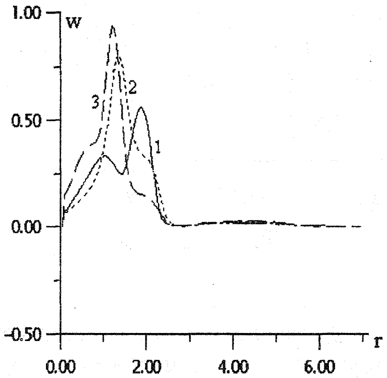

Рис.6

На графике $v\,(r)$ видно, что наряду с интенсивным веерным растеканием (max $v(r) \approx 1$ при $r > r_c$) образуется и возвратное течение по направлению к оси (min($v(r) \approx$ - 0.4). Для $r < r_c$ это следствие наличия периферийного максимума давления на преграде. Наибольшие значения $w(r)$ (рис.6) достигаются во второй и третьей фазе на кромке преграды.

Рисунки 7 и 8, на которых изображены $u(x)$ и $p(x)$ на оси, показывают крайние положения центрального скачка на протяжении одного периода автоколебаний, которые отличаются на величину ~ 1.

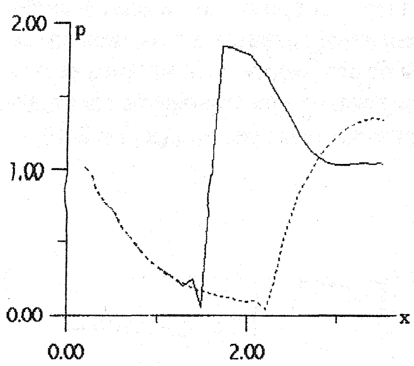

Рис.7

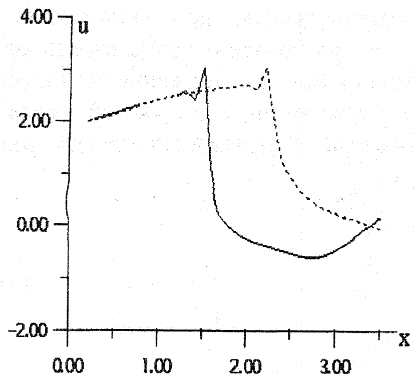

Рис.8

Расчеты обтекания торца радиуса 0.7, расположенного на расстоянии $l = 3.5$ от сопла, как закрученной, так и незакрученной струей показали отсутствие заметных колебаний. В первом случае это объясняется тем, что закрученная струя расширяется примерно до такого же радиуса (~ 1.5), как незакрученная нерасчетности 3, которая при обтекании преграды радиуса 0.7 тоже не дает автоколебаний. Результаты таких расчетов приведены, например, в [6]. Среднее значение давления в центре торца ~ 1. Для незакрученной расчетной струи среднее значение давления близко к значению давления за отошедшей ударной волной (p = 4.070) при обтекании этого цилиндра однородным потоком с теми же параметрами, однако в последнем случае течение быстро устанавливается и осцилляции полностью отсутствуют. Так же близки координата центрального скачка на оси ($x = 2.7$), которая не меняется в процессе счета, и соответствующая координата отошедшей ударной волны при обтекании однородным потоком ($x = 2.6$).

Основной вывод из вышеизложенного состоит в том, что закручивание струи на срезе сопла и возникающие при этом центробежные силы оказывают весьма существенное влияние на структуру струи и характер ее взаимодействия с преградами.

Другой вопрос, связанный с закрученными течениями, состоит в том, при каких условиях они могут возникать, если закручивание не задано ни в начальных, ни в граничных условиях.

Рассмотрим следующую задачу. Имеется цилиндрическая полость $0 < x < x_N = 10$, $0 < r < r_N = 7$, заполненная покоящимся газом с параметрами $p = \rho = 1$. При $x = x_N$ в полости имеется отверстие радиуса 1, и на этой части границы заданы постоянные значения $p = \rho = 0.5$, а на внешней границе $r = r_N$ - соответственно $p = \rho = 10$. Следствием этих перепадов давления является истечение газа из отверстия при $x = x_N$ и одновременно распространение волны сжатия от внешней границы $r = r_N$ по направлению к оси. До отражения этой волны от оси скорость u истечения газа из отверстия была дозвуковой, после отражения она становится сверхзвуковой (M ~4) и такой остается на протяжении всего расчета (до t = 200).

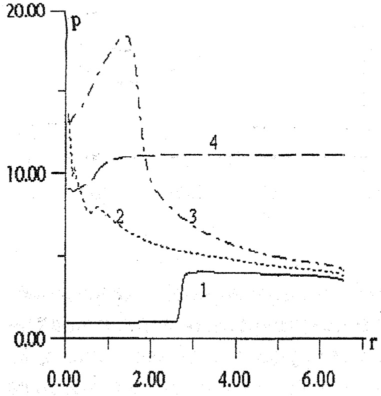

Рис.9

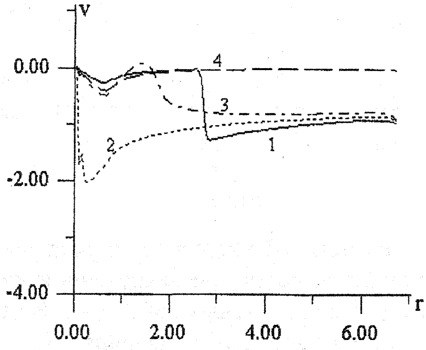

Рис.10

На рисунках 9,10,11 – графики функций $p(r)$, $v(r)$ и угловая скорость $\omega(r)$ при x = 9.6 в моменты времени t = 2,3,4,200, помеченные соответственно цифрами 1,2,3,4.

На рисунке 9 показано изменение давления до подхода волны сжатия к оси, в момент отражения от оси, после отражения и установившийся профиль(t=200). На рисунках 10,11 изображены компоненты скорости v(r) и $\omega(r)$ в те же моменты времени. Заметим, что $\min v(r)$~-2 и $\max \omega(r)$~1.9 достигаются в момент отражения волны сжатия от оси (t=3) и уже при t = 4 резко уменьшаются.

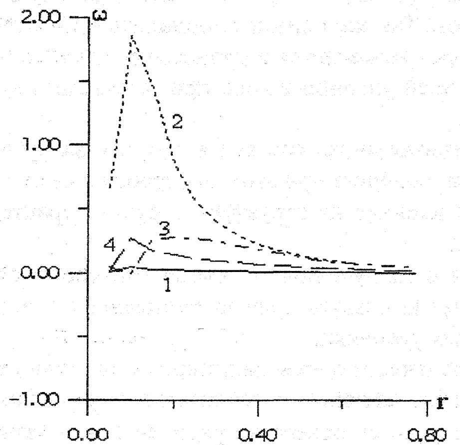

рис.11

Однако $\omega(r)$ при $t = 200$ сохраняет то же максимальное значение, какое было при $t = 4$, а $\min v(r) \sim -1$ при $t = 4$, а при $t = 200$ он близок к 0.

В установившемся течении ($t = 200$) при удалении от отверстия в полости по оси x на расстояние большее 1.5 осевая скорость $u\ (x, r)$ и угловая $\omega\ (x, r)$ становятся практически нулевыми, давление равно 10.

Еще более сильное закручивание газа при истечении его из отверстия полости происходит, если в полость вдувается закрученная струя (ω=2) из сопла, срез которого находится на противоположной стенке полости. Струя расчетная, $M = 2/\sqrt{\gamma}$. С внешней границы $r = r_N$ производится вдув газа со скоростью v = -2, p = ρ = 1. В этом случае в установившемся течении сохраняется *max* $\omega(r)$ вблизи отверстия при r = 0.4, равный 4.4, то есть более чем вдвое превышающий угловую скорость, заданную на срезе сопла. Максимум окружной скорости на краю выходного отверстия W = 4.0. Если закрутку на срезе сопла отключить, то и закрученность потока на выходе из отверстия резко уменьшается, но не исчезает полностью. Устанавливается течение с *max* $\omega(r)$ =0.83 при r=0.1, x =9.8.

Как показано в [1–4] важную роль в формировании автоколебательного режима при обтекании струей преграды играет веерное растекание газа от преграды и образующиеся при этом обратные радиальные импульсы, направленные к оси. В связи с этим возникает вопрос: нельзя ли усилить их воздействие на струю с помощью цилиндрического экрана, поставленного на пути веерного растекания. Проведенные расчеты показали, что в принципе это возможно. При этом важно подобрать оптимальный радиус экрана, так как слишком малый радиус приводит к разрушению периодичности течения, а при чрезмерно большом экран перестает влиять на струю.

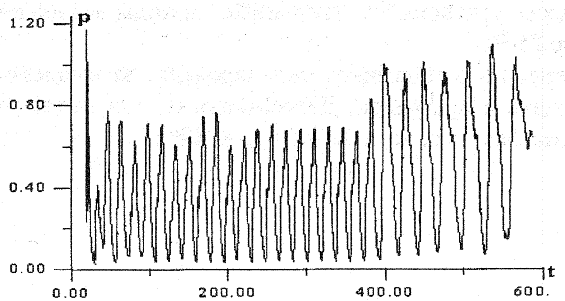

Рис.12

На рисунке 12 представлен график колебаний давления на дне преграды радиуса r_c=1.4, поста-вленной на расстоянии l = 6 от сопла. Преграда – полузамкнутая полость глубины L=1.5. Сверхзвуковая струя с нерасчетностью n = 3 и числом Маха M = 1.5. После момента времени t =365 при $x > 5$ установлен экран радиуса $r_{экр}$=7. На графике виден существенный рост амплитуды колебаний, однако при этом увеличился и период.

Проводились также расчеты с экранами других радиусов при тех же параметрах струи и преграды. Они показали, что наибольшее увеличение амплитуды без разрушения периодичности колебаний происходит при $5 \leq r_{экр} \leq 7$.

Литература.

1. Базаров С.Б., Росляков Г.С., Садков Ю.Н., Шустова М.В. Сверхзвуковые нерасчетные струи и их взаимодействие с преградами// Мат. моделирование,т.8, N6, 1996,стр.19-23.
2. Базаров С.Б., Росляков Г.С., Садков Ю.Н., Шустова М.В. Численное моделирование автоколебаний при натекании сверхзвуковой нерасчетной струи на полость. // Обратные задачи естествознания. МГУ,1997,стр 181-188.
3. Росляков Г.С., Садков Ю.Н.. Влияние граничных условий на автоколебания в резонаторе Гартмана.// Методы математического моделирования. МГУ, 1998,стр.69-75.
4. Росляков Г.С., Садков Ю.Н. Автоколебания при взаимодействии сверхзвуковых течений с преградами.//Прикладная математика и информатика. № 3.МГУ, 1999,стр.71-79.
5. Садков Ю.Н. Один класс схем третьего порядка точности для гиперболических уравнений // Численные методы в аэродинамике, МГУ, 1980,стр.85-91.
6. Альбазаров Б.Ш. Численное моделирование взаимодействия сверхзвуковой струи с преградой. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физ.-мат. наук, Красноярск, 1991.