

ОСЕСИММЕТРИЧЕСКИЕ ВРАЩАЮЩИЕСЯ СТРУЙНЫЕ ТЕЧЕНИЯ

Аэродинамика свободной закрученной струи, изучение закономерностей движения такой струи имеет существенное значение для теплотехники, химии, металлургии, гидродинамики. Изучение закрученных струй преимущественно проводится экспериментальными методами и существенно привязано к конкретным конструкциям вихревых камер и сопел. Особое внимание в экспериментах уделяется течению вблизи сопла, так как оно влияет на формирование, в частности, горелочного факела. Закрутка струи приводит к уменьшению её дальности по сравнению с прямоточной струёй, что важно для современных парогенераторов. При этом существенное значение имеет вязкость. При истечении закрученных струй часто возникают сильные периодические пульсации давления и скорости, которые распространяются вниз по течению на большое расстояние. Эти пульсации могут быть как полезными (например, они используются в вихревых генераторах звука), так и вредными при работе газовых турбин [1,2].

Поскольку течение вдали от сопла уже не связано с пограничными эффектами и такими техническими деталями, как размеры и форма вихревой камеры, его можно изучать численно на основе уравнений Эйлера, что и делается в работе.

Рассматриваются численные решения уравнений Эйлера для вращающихся струй в прямоугольной области ($0 < x < x_N$, $0 < r < r_N$). Осесимметрические течения идеального газа в цилиндрических координатах описываются системой уравнений :

$$L = \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial r} + H = 0 \quad (1)$$

$$\text{где } A = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} \rho u \\ p + \rho u^2 \\ \rho uv \\ \rho uw \\ (e+p)u \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ p + \rho v^2 \\ \rho vw \\ (e+p)v \end{pmatrix}, \quad H = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho(v^2 - w^2) \\ 2\rho vw \\ (e+p)v \end{pmatrix}$$

где p, ρ, u, v, w — соответственно безразмерные давление, плотность и компоненты скорости — осевая, радиальная и окружная, $e = \frac{p}{\gamma - 1} + 0.5\rho(u^2 + v^2 + w^2)$.

Задаются следующие граничные условия: на левой границе на срезе сопла радиуса $R = 1$ давление и плотность $p = \rho = n$, где $n = p/p_1$ - нерасчетность, p_1 - давление в невозмущенном газе, осевая составляющая скорости $u = c * M$, M - число Маха, скорость звука $c = \sqrt{\gamma p/\rho} = \sqrt{\gamma}$, радиальная и окружная компоненты скорости $v = 0$, $w = \omega * r$, где $\omega = \text{const}$ -угловая скорость, $r < 1$ - расстояние от оси. При $r > 1$ на левой границе ставится условие непротекания $u_l = 0$. Во всей остальной области при $t=0$ $p_l = \rho_l = 1$, $u_l = v_l = w_l = 0$. На внешних границах $r = r_N$, $x = x_N$ -экстраполяция по значениям в соседних узлах внутри области.

В дальнейшем будем считать что все линейные размеры отнесены к радиусу сопла R_0 , давление и плотность к их значениям в покоящемся газе p_0, ρ_0 , скорости к $\sqrt{p_0/\rho_0}$, время - к

$$R_0 / \sqrt{p_0/\rho_0}. \quad (2)$$

Здесь R_0, p_0, ρ_0 , - физические величины.

В физических экспериментах изучаются вращающиеся струи, истекающие из вихревых камер через сопла разных конфигураций. Таким образом, на выходе из сопла имеется газ, уже подвергнутый действию центробежных сил и поэтому сравнивать численное решение при сформулированных выше условиях на срезе сопла с физическими экспериментами качественно имеет смысл только при $x > x_1 > 0$, где x_1 в проведенных расчётах порядка $\sim 2-3$. При $0 < x < x_1$ происходит вступление в действие центробежных сил (то есть то, что в реальности происходит в вихревых камерах и соплах, где существенную роль играют вязкие эффекты в погранслоях). В работе [1] приводится разделение свободных закрученных струй на слабо закрученные и сильно закрученные в зависимости от поведения профиля $u(r)$ в приосевой области: если вблизи оси сохраняется зона возвратных течений ($u < 0$), то струя называется сильно закрученной. Проведена серия расчётов с нерасчётностью $n = 3$ и с угловыми скоростями $\omega = 0.5, 1, 2$. Первые два варианта - это слабо закрученные струи. При $\omega = 0.5, 1$ структура струи мало отличается от прямоточной, хотя в отличие от неё максимум осевой компоненты скорости уже не находится на оси и значения её на оси колеблются от 0.7 до 1.4, а давление на оси местами понижается до 0.7. Колебания давления на оси как функции от времени $p(t)$ полностью отсутствуют. Струя, полученная в расчётах при $\omega = 2$, может быть отнесена к сильно закрученным, как будет видно далее.

Расчеты проводились по явной схеме третьего порядка аппроксимации типа предитор-корректор [3]. Для работы к этой аппроксимации

необходимо добавить искусственную вязкость $\varepsilon \times (A_{xx} + A_{yy})$, поэтому фактически решалась не система (1) а система $L = \varepsilon \times (A_{xx} + A_{yy})$. При этом в каждом случае величина ε выбиралась минимальной, при которой был возможен устойчивый счёт. Так, например, в рабочем варианте, которому посвящено дальнейшее изложение, $\varepsilon = 3 \cdot 10^{-4}$. Основные параметры варианта, к которому относятся приводимые далее результаты : размеры области - $x_N = 100$, $r_N = 50$, шаги сетки- $h_x = h_r = 0.1$. $M = 1$, $n = 3$, $\omega = 2$. Счёт проводился до $t \approx 4000-5000$.

На рисунках 1 и 2 дана для сравнения общая картина осевой компоненты скорости для прямоточной (незакрученной) струи (рис.1) и струи с угловой скоростью закрутки на срезе сопла $\omega = 2$ (рис.2). Все остальные параметры одинаковы. Максимум скорости прямоточной струи, как видно из рисунка 1, во всей счётной области остаётся величиной порядка 1.5 (и сверхзвуковой, $M > 1.2$). Он находится на оси, а при $r > 5$ $u \rightarrow 0$. В закрученной струе (рис.2) осевая составляющая скорости имеет более сложную структуру: u на большей части счётной области (при $x > 10$) не превышает 0.3 (на рисунке значения $u > 0.1$ окрашены серым цветом, а значения $u \leq 0.1$ - чёрным). По сравнению с прямоточной закрученная струя смешивается с окружающим газом на значительно большее расстояние от оси. Так, даже при $x \rightarrow 100$ $u \geq 0.2$ до $r = 10$. Самое существенное отличие состоит в том, что в приосевой области $u < -0.5$ вплоть до $x_1 \approx 2$. Эти возвратные течения, направленные вдоль оси, так же как и сохраняющаяся в приосевом пространстве окружная скорость $w > 0.2$ - определяют основные особенности сильно закрученных струйных течений. Максимум окружной составляющей скорости ($w \approx 0.3$) на протяжении всей области находится на расстоянии $r \approx 1.5$ от оси а при $r > 3$ $w = 0$ (рис.3). Ещё одно различие между прямоточной и закрученной струей состоит в поведении давления. Прямоточная струя на довольно большом расстоянии от среза сопла сохраняет бочкообразную структуру с довольно сильными колебаниями давления $p(x)$ на оси, но при $x > 40$ давление мало отличается от p_1 и колебания $p(t)$ на оси также малы. В закрученной струе давление $p(t)$ колеблется на достаточно большом расстоянии от оси, но на оси амплитуда его колебаний меняется от 0.8 до 1.02, причем на всей оси при $x > 5$ период колебаний по времени сохраняется практически постоянным- $T \approx 0.35$ при $\varepsilon = 3.5 \cdot 10^{-4}$

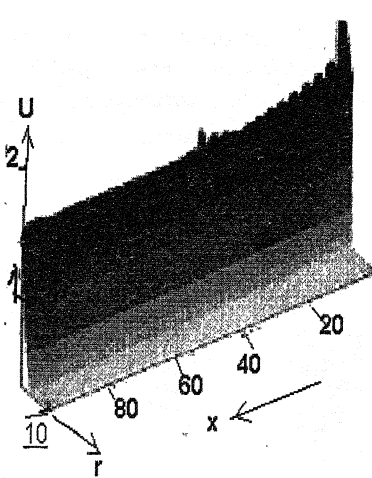


Рис.1

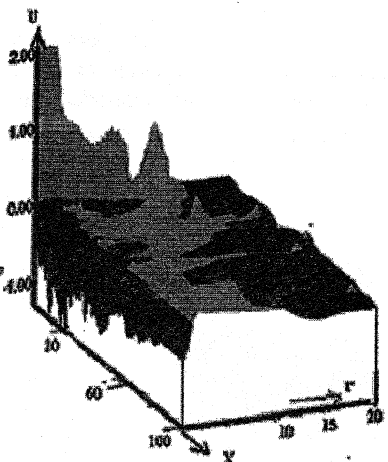


Рис.2

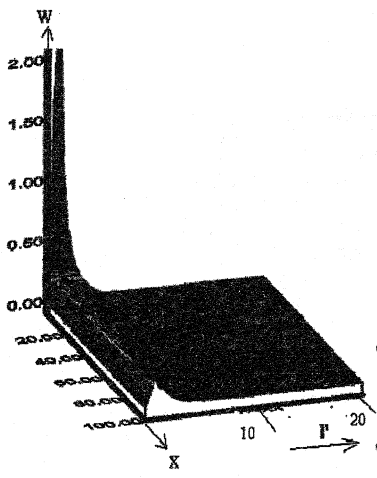


Рис.3

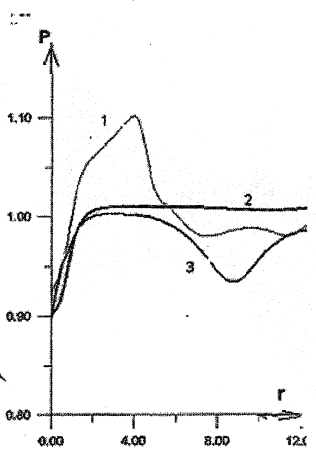


Рис.4

кривая 1- $x=5.5$, 2- $x=29$, 3- $x=99$

Значение $\epsilon=3.5 \cdot 10^{-4}$ используется в большинстве расчётов. На рисунке 5 представлена картина колебаний давления на оси (при $x = 29.5$) при $\epsilon=6 \cdot 10^{-5}$, показывающая зависимость частоты колебаний от ϵ . Здесь на отрезке времени $\delta t \approx 5.32$ размещается 18 периодов. Отсюда длина одного периода $T \approx 0.29$. На рис.6, где $\epsilon=3.5 \cdot 10^{-4}$ на отрезке времени $\delta t = 9.5$ размещается 27 периодов. Отсюда среднее значение одного периода $T \approx 0.35$. При изменении искусственной вязкости от

$\varepsilon = 6 \cdot 10^{-5}$ до $4.2 \cdot 10^{-4}$ величина периода T меняется от 0.29 до 0.4 и соответственно уменьшается частота колебаний. Если в расчёте с установившимися автоколебаниями величину искусственной вязкости увеличить до $\varepsilon = 10^{-5}$, то колебания постепенно затухают.

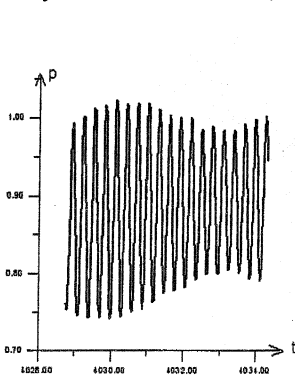


Рис.5. $x = 29.5$ $\varepsilon = 6 \cdot 10^{-5}$

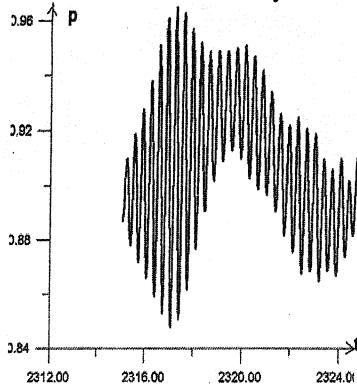


Рис.6 $x = 5.5$

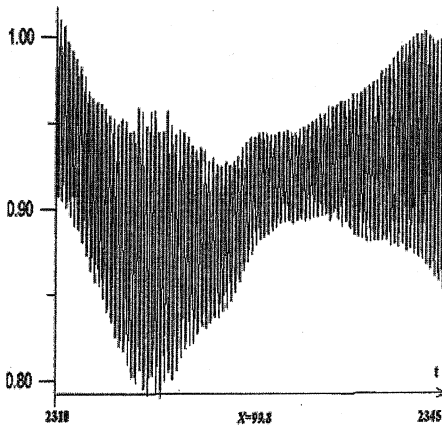


Рис.7

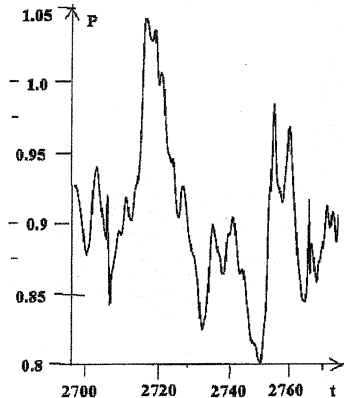


рис.8 $X = 2$

На рисунках 5 - 7 видно, что на амплитуду колебаний накладываются более низкочастотные колебания. Источник этих колебаний находится вблизи среза сопла, как видно из графика 8, на котором показаны колебания на расстоянии $x = 2$ от среза сопла. Их период $T \approx 30 - 40$.

Рассмотрим теперь что это означает в физических переменных. Допустим, что радиус сопла $R_0 = 1$ см, $p_0 = 1$ атм $\approx 10^6$ дин/см² = 10^5 Па, скорость звука в воздухе $c_0 \approx 30000$ см/сек. Тогда из соотношения

$c_0 = \sqrt{\gamma * p_0 / \rho_0}$ получаем величину $\rho_0 = 0.00154 \text{ г/см}^3$. Это значение довольно близко к действительной плотности воздуха. Так, плотность абсолютно сухого воздуха при нормальном атмосферном давлении равна 0.00129 г/см^3 . Далее величины $\sqrt{p_0 / \rho_0} = 10^4 * 2.548 \text{ см/с}$, $R_0 / \sqrt{p_0 / \rho_0} = 0.392 * 10^4 \text{ с}$. Поскольку в безразмерных переменных период высокочастотных колебаний $T \approx 0.35$, то в соответствии с формулами (2) при переходе к физическим переменным период получится равным $T = 0.35 * 0.392 * 10^4 \text{ с} = 0.1372 * 10^4 \text{ с}$. Соответственно частота $f \approx 7.29 * 10^4 \text{ Гц}$, то есть колебания с такой частотой находятся за пределами воспринимаемых человеческим ухом. Для низкочастотных колебаний период T примерно в 10 раз больше а частота f в 10 раз меньше. Для сопла радиуса $R_0 = 10 \text{ см}$ все периоды возрастут, а частоты уменьшатся в 10 раз.

Расчёты показали, что зависимость частоты и амплитуды колебаний от величины искусственной вязкости ε качественно такая же, как и зависимость этих величин от числа Re , приведенная в работе [2]: при увеличении ε , как и при уменьшении числа Re амплитуда и частота уменьшаются.

ЛИТЕРАТУРА

1. Аэродинамика закрученной струи. Под ред. Р.Б. Ахмедова. М., Энергия, 1977.
2. Д.Г.Ахметов, В.В.Никулин, В.М.Петров. Экспериментальное исследование автоколебаний, возникающих при истечении закрученной струи. // Изв. АН. Механика жидкости и газа. №3, 2004.
3. Садков Ю.Н. Один класс схем третьего порядка точности для гиперболических уравнений // Численные методы в аэродинамике. М.: Изд. МГУ, 1980, с. 85-91.