Ю.Н. Садков

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СВЕРХЗВУКОВЫХ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ГАЗОВЫХ СТРУЙ*

Проведено численное исследование истечения из звукового сопла свободных газовых струй на основе осесимметричной модели уравнений Эйлера. Применена разностная схема сквозного счета третьего порядка точности с добавлением искусственной вязкости [1]. Изучены течения струй с нерасчетностями (отношениями давления на срезе сопла к давлению в окружающем пространстве) в интервале от 1.2 до 2. Проведены сравнения с результатами [2] физических экспериментов. В частности, с экспериментом сравнивалось расположение "бочек" (ячеек ударно-волновой структуры), являющееся важной характеристикой структуры струи. Для струи с нерасчетностью 1.5 в расположении границ первых трех бочек различие не превышает 5%. Это подтверждает применимость модели Эйлера для струй с малыми нерасчетностями а также то, что схема сквозного счета с приемлемой точностью воспроизводит структуру струи.

Осесимметричная модель на базе дивергентных уравнений Эйлера в цилиндрических координатах x, r с добавлением искусственной вязкости имеет вид:

$$L(U)=\frac{\partial U}{\partial t}+\frac{\partial F(U)}{\partial x}+\frac{\partial G(U)}{\partial r}+H(U)=\varepsilon U_{xx},$$

где $U=\begin{pmatrix}\rho\\ \rho u\\ \rho v\\ e\end{pmatrix}$, $F=\begin{pmatrix}u\rho\\ p+u\rho^2\\ \rho uv\\ (p+e)u\end{pmatrix}$, $G=\begin{pmatrix}\rho v\\ \rho uv\\ p+\rho v^2\\ (p+e)v\end{pmatrix}$, $H=\frac{1}{r}\begin{pmatrix}\rho v\\ \rho uv\\ \rho v^2\\ (p+e)v\end{pmatrix}$.

Здесь u,v – компоненты скорости по осям x,r, p,ρ – давление и плотность, $e=0.5\rho\,(u^2+v^2)+p/(\gamma-1)$ – полная энергия, γ – показатель адиабаты , ε - коэффициент искусственной вязкости. Линейные величины x, r отнесены к радиусу сопла r_α, p, ρ – к соответствую-

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 01-01-00116)

щим значениям в покоящемся газе p_0, ρ_0, скорость к $\sqrt{p_0/\rho_0}$, время к $r_\alpha/\sqrt{p_0/\rho_0}$. На выходе из сопла задается равномерный и параллельный оси x поток с числом Маха M_α. Во всей остальной счетной области при t=0 заданы постоянные p_0, ρ_0 , $u_0 = v_0 = 0$. Струю полностью определяют параметры M_α, γ и нерасчетность $n = p_\alpha / p_0$, если ρ_0 определить из условия равенства температур $T_\alpha = T_0$.

Счетная область-прямоугольник со сторонами по осям x,r *24* и *8*, соответственно. Шаги сетки по этим осям $h_x = 0.1$, $h_r = 0.05$. Шаг τ по времени порядка $\tau \approx h_x/c$, где с – максимум скорости звука во всей области. Значение искусственной вязкости $\varepsilon = q \bullet h_x^3/c$, где величина q варьировалась от 0.2 до 2.

Граничные условия : на левой границе при $x = 0$, $r > 1$ ставится стенка (условие непротекания), на внешних границах при $r = 8$ и при $x = 24$ значения решения получаются экстраполяцией по соседним узлам.

Далее приводятся результаты некоторых расчетов свободной струи, истекающей из звукового сопла и сравнение их с физическими экспериментами. На рис. 1 представлены распределения на оси x давления $p(x)$ и числа Маха $M(x)$, полученные в расчетах для звукового сопла и нерасчетности 1.5. Как видно на графиках, границы “бочек” (максимумы давления и минимумы числа Маха) имеют координаты x= 2.1, 4.0, 6.0, 8.2, 10.1. В физических экспериментах [2] эти координаты равны соответственно 2.2, 4.0, 6.0, 7.5, 9.5. Наибольшие расхождения наблюдаются в границах четвертой и пятой бочек. Аналогичная картина имеет место при сравнении реультатов численных и физических экспериментов для струи с нерасчетностью 2. В расчетах, как видно на рис. 2, границы бочек имеют координаты 2.8, 5.6, 8.3, 11.3, а в [2] эти координаты равны соответственно 2.8, 5.8, 8.2, 12.0. В [2] отмечается появление хлыстообразных колебаний струи после третьей бочки, которые не могут, конечно, быть воспроизведены в осесимметричной модели, что и является возможной причиной увеличения расхождений. Это предположение подтверждается также результатами [3] сравнения численных расчетов осесимметричной струи с нерасчетностью ~ 1.3, истекающей из звукового сопла, с экспериментами (рис.5, где сплошной линией обозначены результаты расчетов и значками □ – результаты экспериментов).

На рис. 3 и 4 приведены графики давления *p(x)* и осевой компоненты скорости *u(x)* на оси и при $r = 1$, причем видно, что координаты экстремальных значений для x>8 отличаются мало, а разность между максимальными и минимальными значениями при $r = 1$ становится даже больше, чем на оси.

Следует заметить, что в данных расчетах истечения сверхзвуковых струй установления стационарного решения в расчетах при $t \to \infty$ не достигалось. Вместо этого было отмечено установление периодического или близкого к периодическому режима течений (рис 6,8) с амплитудой пульсаций, растущей вдоль длины струи. Очевидно, эти колебания индуцируются искусственной вязкостью, введенной в исходные уравнения (см. выше). Хотя механизмы искусственной диссипации отличаются от физических механизмов вязкости и турбулентности, можно, однако, предположить, что генерируемые ими процессы могут иметь ряд общих черт.

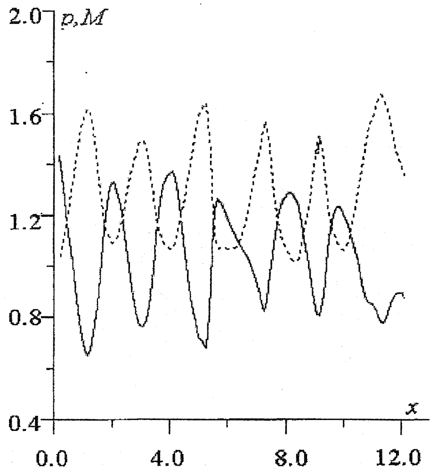

Рис.1

Графики давления (сплошная линия) и числа Маха (пунктир) на оси x. Нерасчетность $n = 1.5$

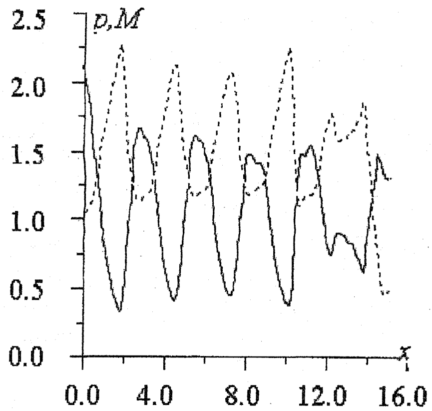

Рис.2

p(x), M(x) для нерасчетности 2.0

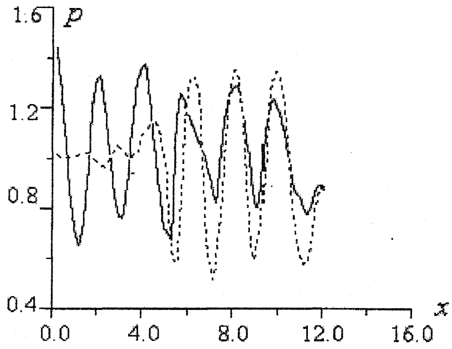

Рис.3

Графики давления на оси
(сплошная линия) и при r=1 (пунктир)
Нерасчетность $n = 1.5$

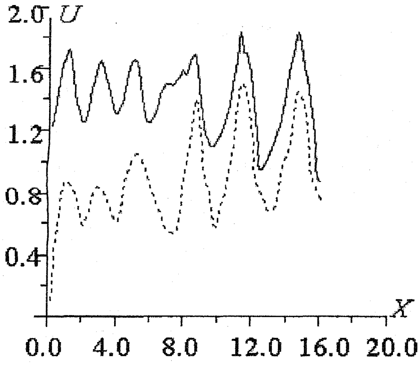

Рис.4

u(x)* на оси (сплошная линия) и при *r = 1* (пунктир). *n=1.5

В этой связи представляется интересным сопоставить полученные численные результаты по колебаниям струй с экспериментальными данными, свидетельствующими о том, что в некотором диапазоне определяющих параметров (M_a, n) звуковая и сверхзвуковая струи могут пульсировать с определенной частотой, излучая в окружающее пространство акустические волны той же частоты (дискретный тон). Как правило, эти колебания имеют антисимметричный характер, но в некотором узком диапазоне значений M_a , n имеет место осесиметричная мода колебаний. Этот диапазон как раз соответствует струям малой нерасчетности [4].

Заметим, что изменение, параметра искусственной вязкости q в пределах от 0.2 до 2 оказывает некоторое влияние на амплитуду пульсаций, и значительно меньший эффект на их частоту.

На рис. 6 показаны результаты расчетов колебаний на оси в струе на расстоянии 14 от среза сопла. Как видно на графике, период и амплитуда колебаний не меняются. Период колебаний, как видно из этого графика, равен 3.75. Точно такая картина наблюдается по всей длине струи при $x > 10$. При $x < 10$ амплитуда колебаний постепенно увеличивается от 0 около среза сопла до 0.6. Так при $x = 8$ она еще не превышает 0.14. Результат осреднения *p(x)* на оси *x* по отрезку времени равному периоду 3.75 (рис. 7) при сравнении с аналогичными результатами для струи с нерасчетностью ~ 1.25 из [3] (рис. 5) показывает их качественное совпадение.

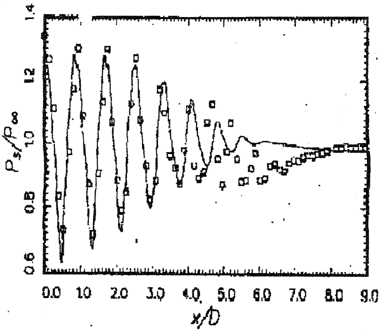

рис. 5

график осредненного по времени давления из работы [3] (звуковое сопло, нерасчетность ~ 1.25)

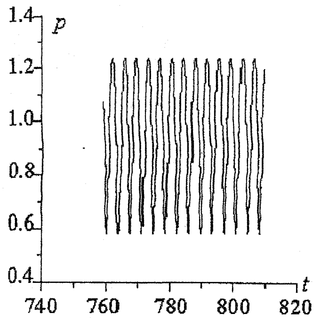

рис.6

Зависимость p(t) для x = 14 (нерасчетность 1.5)

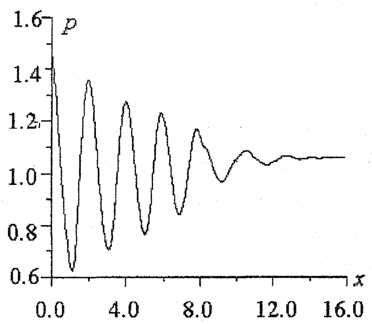

рис.7

график осредненного по времени давления ($n = 1.5$)

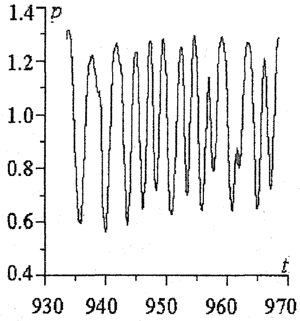

рис.8

График $p(t)$ для $n=1.2, x=10$

Приведем результаты сравнения частоты колебаний, полученной в расчетах при различных нерасчетностях с эксперименальными данными из [3] и [4], где дана зависимость числа Струхаля Sh от числа Маха полностью расширенной струи M_j, где $M_j = \sqrt{\left(\left(p_T^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right) \frac{2}{\gamma-1}\right)}$, p_T – давление торможения, $p_T = n \bullet \left(1+0.5\ (\gamma-1)\ M_a^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$. Число Sh определялось по формуле $Sh = \dfrac{D}{T\ \ U}$, где D – характерный линейный размер (в данном случае

– диаметр сопла равный 2), T – период колебаний, полученный в расчетах, U – характерная скорость, в качестве которой используется скорость звука на срезе сопла $c_a = \sqrt{\gamma \dfrac{p_a}{\rho_a}} = \sqrt{\gamma}$, поскольку в расчетах было задано $p_a = \rho_a$

Для нерасчетности n=1.2 и соответствующего значения M_j=1.15 в расчетах получается средняя величина $T \sim 2.87$, как это можно увидеть из рис.8, где на отрезке времени от t=933.9 до t= 968.4 помещается 12 периодов. Соответствующее значение $Sh = 0.59$ ($q = 0.5$). В [3] приведены данные, где значению M_j =1.15 соответствует величина $\lambda/D \sim 1.55$ в эксперименте и 1.85 в расчетах по осесимметричной модели (λ- длина волны). По расчетам данной работы
$\lambda/D = c_a T/D = 1.18 \bullet 2.87/2 = 1.69$.

Для нерасчетности $n = 1.5$ $M_j = 1.32$ и, как можно видеть из рис. 6, период $T \sim 3.75$, так как на отрезке времени от t =762 до t=806.7 помещается 12 периодов . Соответствующее значение числа Sh= 0.45. Значение параметра q в искусственной вязкости *1.5*.

Аналогичные данные для $n = 2$: $M_j = 1.52$, T=4.4, $Sh = 0.385$. Здесь $q = 2.0$.

Таким образом, как показывает сопоставление приведенных результатов для различных значений n, частота колебаний уменьшается с ростом нерасчетности, что соответствует данным физических экспериментов.

Литература

1. Садков Ю.Н. Один класс схем третьего порядка точности для гиперболических уравнений // Численные методы в аэродинамике. М.: Изд. МГУ, 1980 ,с. 85-91.
2. Нестеров Ю.Н. Экспериментальное исследование геометрической структуры воздушной струи, истекающей из звукового сопла // Тр.ЦАГИ. 1993.N 2556. С. 60-70.
3. Shen H. , Tam C.K.W. Numerical simulation of the generation of axisymmetric mode jet screech tones //AIAA Journal. 1998. V. 36. N. 10. P. 1801-1807.
4. Ponton M.K., Seiner M.J. The effects of nozzle exit lip thickness on plume resonance // J. Sound Vibr. 1992. V. 154. N.3 . P. 531-549.