

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова»

«Утверждаю»

Декан факультета ВМК МГУ  
имени М.В. Ломоносова

академик



Е.И. Моисеев

«    »    2017 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**«Сингулярные интегральные уравнения»**

Уровень высшего образования – подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре

Направление подготовки – 01.06.01 «Математика и механика»

Направленность (профиль) – «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»  
(01.01.02)

2017 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### 1. НАИМЕНОВАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Сингулярные интегральные уравнения

### 2. УРОВЕНЬ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре.

### 3. НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ, НАПРАВЛЕННОСТЬ (ПРОФИЛЬ) ПОДГОТОВКИ

Направление 01.06.01 «Математика и механика». Направленность (профиль) «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» (01.01.02).

### 4. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина является обязательной для освоения во 2-м семестре обучения.

### 5. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ

Дисциплина участвует в формировании следующих компетенций образовательной программы:

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения
Владение современными методами построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также методами разработки и реализации алгоритмов их решения на основе фундаментальных знаний в области математики и информатики (ПК-1)	З1 (ПК-1) Знать: современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения У1 (ПК-1) Уметь: применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения В1 (ПК-1) Владеть: навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественно-

	научных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения
Способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий (ОПК-1)	З1(ОПК-1) ЗНАТЬ: современные методы исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области У1(ОПК-1) УМЕТЬ: уметь самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий
Способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях (УК-1)	У2 (УК-1)УМЕТЬ: при решении исследовательских и практических задач генерировать новые идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений  В2 (УК-1)ВЛАДЕТЬ: навыками критического анализа и оценки современных научных достижений и результатов деятельности по решению исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях

Оценочные средства для промежуточной аттестации приведены в Приложении.

## 6. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Объем дисциплины составляет 3 зачетных единицы, всего 108 часов.

40 часов составляет контактная работа с преподавателем – 24 часа занятий лекционного типа, 0 часов занятий семинарского типа (семинары, научно-практические занятия, лабораторные работы и т.п.), 0 часов индивидуальных консультаций, 12 часов мероприятий текущего контроля успеваемости, 2 часа групповых консультаций, 2 часа мероприятий промежуточной аттестации.

68 часов составляет самостоятельная работа аспиранта.

## 7. ВХОДНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Учащиеся должны владеть знаниями по линейной алгебре, математическому анализу, обыкновенным дифференциальным уравнениям, уравнениям в частных производных и уравнениям математической физики, соответствующим основным образовательным программам бакалавриата по укрупненным группам направлений и специальностей 01.00.00 «Математика и механика» или 02.00.00 «Компьютерные и информационные науки».

## 8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Процесс обучения состоит из изучения теории и решения практических заданий, а также самостоятельного ознакомления с научными статьями. В конце семестра проводится устный экзамен.

## 9. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

В курсе изучаются конструктивные методы решения задач сопряжения кусочно-аналитических функций и тесно связанных с этими задачами сингулярных интегральных уравнений и интегральных уравнений типа свертки. Рассматриваются случаи непрерывного и разрывного коэффициента задачи сопряжения.

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),	Всего (часы)	В том числе	
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них	Самостоятельная работа обучающегося, часы из них

<b>форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)</b>		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Групповые консультации	Индивидуальные консультации	Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, практические контрольные занятия и др)*	<b>Всего</b>	Выполнение домашних заданий	Подготовка рефератов и т.п..	<b>Всего</b>
<b>Тема 1. Введение.</b>  Основные функциональные понятия и их свойства: пространства Лебега, классы Гельдера. Преобразования Фурье и Лапласа. Уравнения Вольтерра первого рода. Обобщенное уравнение Абеля. Метод дробного дифференцирования. Уравнение Фредгольма первого рода. Уравнение Фредгольма второго рода.	12	4	-	-	-	2	6	6	-	6
<b>Тема 2. Интеграл типа Коши</b>  Определение и простейшие свойства. Предельные значения интегралов типа Коши. Формулы Сохоцкого-Племеля. Формула перестановки Пуанкаре-Бертрана. Поведение интеграла типа Коши на концах контура интегрирования и в точках разрыва плотности.	12	4	-	-	-	2	6	6	-	6
<b>Тема 3. Задача Римана.</b>  Основные понятия. Индекс. Задача Римана для односвязной области.	12	4	-	-	-	2	6	6	-	6

ти. Факторизация. Каноническая функция. Задача о скачке. Классы решений. Решение однородной и неоднородной задач Римана. Задача Римана с разрывными коэффициентами и с разомкнутыми контурами. Обращение интеграла типа Коши.										
<b>Тема 4. Интегральные уравнения типа свертки.</b>  Преобразование Фурье и краевая задача Римана. Интегралы Фурье. Формула свертки. Аналитическое продолжение интегралов Фурье. Односторонние интегралы Фурье и односторонние функции. Уравнение Винера-Хопфа и другие интегральные уравнения типа свертки.	12	4	-	-	-	2	6	6	-	6
<b>Тема 5. Бесконечные алгебраические системы.</b>  Дискретные преобразования Фурье и Лорана. Бесконечные алгебраические системы с разностными индексами.	12	4	-	-	-	2	6	6	-	6
<b>Тема 6. Приложения.</b>  Формула Келдыша-Седова. Краевая задача Трикоми. Оператор Коши в пространстве функций, интегрируемых с квадратом по Лебегу.	14	4	-	2	-	2	6	6	-	6
<b>7. Промежуточная атте-</b>	34	2					32			

<b>станция – экзамен</b>			
<b>Итого</b>	108	40	68

## 10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ УЧАЩИХСЯ

Самостоятельная работа учащихся состоит в изучении лекционного материала, учебно-методической литературы, подготовки к текущему контролю и промежуточной аттестации.

Литература для самостоятельной работы студентов в соответствии с тематическим планом.

Тема 1. «Введение» [2, 3, 4].

Тема 2. «Интеграл типа Коши» [1, 6].

Тема 3. «Краевая задача Римана» [1, 6].

Тема 4. «Интегральные уравнения типа свертки» [2].

Тема 5. «Бесконечные алгебраические системы» [2].

Тема 6. «Приложения» [3, 5].

## 11. РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

### Основная литература

1. Гахов Ф.Д. Краевые задачи. М.: Наука, 1977.
2. Гахов Ф.Д., Черский Ю.И. Уравнения типа свертки. М.: Наука, 1978.
3. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1973.
4. Манжиров А.В., Полянин А.Д. Методы решения интегральных уравнений. М.: Факториал, 1999.
5. Михлин С.Г. Линейные уравнения в частных производных. М.: Высшая школа, 1977.
6. Мухелишвили Н.И. Сингулярные интегральные уравнения. М.: Наука, 1968.

### Дополнительная литература

1. Волковыский Л.И., Лунц Г.Л., Араманович И.Г. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. М.: Физматлит, 2006.
2. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Интегральные уравнения. М.: КомКнига, 2007.
3. Самко С. Г., Килбас А.А., Маричев О.И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Минск: Наука и техника, 1987.

#### **Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

1. <http://elibrary.ru>
2. <https://istina.msu.ru/>

#### **Информационные технологии, используемые в процессе обучения**

1. Издательская система LaTeX.

#### **Материально-техническая база**

Для преподавания дисциплины требуется класс, оборудованный меловой доской.

#### **12. ЯЗЫК ПРЕПОДАВАНИЯ**

Русский

#### **13. РАЗРАБОТЧИК ПРОГРАММЫ, ПРЕПОДАВАТЕЛИ**

Доцент, д.ф.-м.н. Полосин Алексей Андреевич



**ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ  
«Уравнения смешанного типа»**

Средства для оценивания планируемых результатов обучения, критерии и показатели оценивания приведены ниже.

РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю)	КРИТЕРИИ и ПОКАЗАТЕЛИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю) <i>(критерии и показатели берутся из соответствующих карт компетенций, при этом пользуются либо традиционной системой оценивания, либо БРС)</i>					ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА
	1	2	3	4	5	
	<b>Неудовлетворительно</b>	<b>Неудовлетворительно</b>	<b>Удовлетворительно</b>	<b>Хорошо</b>	<b>Отлично</b>	
ЗНАТЬ: современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения 31 (ПК-1)	Отсутствие знаний	Фрагментарные представления о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения	В целом сформированные, но неполные знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения	Сформированные систематические знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения	Устный экзамен-тест
УМЕТЬ: применять современные методы построения и анализа мате-	Отсутствие умений	Фрагментарные умения применять современные методы построения и анализа	В целом успешное, но не систематическое умение применять	Успешное, но содержащее отдельные пробелы умение	Сформированное умение применять современные методы построения и анализа	Устный экзамен

<p>математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения У1 (ПК-1)</p>		<p>математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	
<p><b>ВЛАДЕТЬ:</b> навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения В1 (ПК-1)</p>	<p>Отсутствие навыков</p>	<p>Фрагментарное владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>В целом успешное, но не полное владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>Успешное, но содержащее отдельные пробелы владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>Сформированное владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>Устный экзамен</p>
<p><b>УМЕТЬ:</b> при решении исследовательских и практических задач гене-</p>	<p>Отсутствие умений</p>	<p>Частично освоенное умение при решении исследовательских и практических задач</p>	<p>В целом успешное, но не систематически осуществляемое умение</p>	<p>В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение</p>	<p>Сформированное умение при решении исследовательских и практических задач</p>	<p>доклад на научном семинаре</p>

рировать новые идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений У2 (УК-1)		генерировать идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений	при решении исследовательских и практических задач генерировать идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений	при решении исследовательских и практических задач генерировать идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений	генерировать идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений	
<b>ВЛАДЕТЬ:</b> навыками критического анализа и оценки современных научных достижений и результатов деятельности по решению исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях В2 (УК-1)	Отсутствие навыков	Фрагментарное применение технологий критического анализа и оценки современных научных достижений и результатов деятельности по решению исследовательских и практических задач.	В целом успешное, но не систематическое применение технологий критического анализа и оценки современных научных достижений и результатов деятельности по решению исследовательских и практических задач.	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение технологий критического анализа и оценки современных научных достижений и результатов деятельности по решению исследовательских и практических задач.	Успешное и систематическое применение технологий критического анализа и оценки современных научных достижений и результатов деятельности по решению исследовательских и практических задач.	доклад на научном семинаре
<b>УМЕТЬ:</b> самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с	Отсутствие умений	Частично освоенное умение самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной	В целом успешное, но не систематическое умение самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую	Успешное и систематическое умение самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей	доклад на научном семинаре

использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий У1 (ОПК-1)		области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	ую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	
ЗНАТЬ: современные методы исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области З1(ОПК-1)	Отсутствие знаний	Фрагментарные представления современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области	В целом сформированные, но неполные знания о современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области	Сформированные систематические знания о современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области	доклад на научном семинаре

### Фонды оценочных средств, необходимые для оценки результатов обучения

Список вопросов для устного экзамена.

1. Пространства Лебега, классы Гельдера. Преобразования Фурье и Лапласа. Свойства.
2. Уравнения Вольтерра первого рода. Обобщенное уравнение Абеля.
3. Метод дробного дифференцирования.
4. Уравнение Фредгольма первого рода. Уравнение Фредгольма второго рода.
5. Интеграл типа Коши. Определение и простейшие свойства.
6. Предельные значения интегралов типа Коши.
7. Формулы Сохоцкого-Племеля.

8. Формула перестановки Пуанкаре-Бертрана.
9. Поведение интеграла типа Коши на концах контура интегрирования и в точках разрыва плотности.
10. Задача Римана - основные понятия. Индекс.
11. Задача Римана для односвязной области. Факторизация. Каноническая функция.
12. Задача о скачке. Классы решений. Решение однородной и неоднородной задач Римана.
13. Задача Римана с разрывными коэффициентами и с разомкнутыми контурами. Обращение интеграла типа Коши.
14. Преобразование Фурье и краевая задача Римана. Интегралы Фурье. Формула свертки.
15. Аналитическое продолжение интегралов Фурье. Односторонние интегралы Фурье и односторонние функции.
16. Интегральные уравнения типа свертки.
17. Дискретные преобразования Фурье и Лорана. Бесконечные алгебраические системы.
18. Формула Келдыша-Седова. Краевая задача Трикоми.
19. Оператор Коши в пространстве функций, интегрируемых с квадратом по Лебегу.

Материалы для мероприятий текущего контроля.

Мероприятия текущего контроля реализуются в виде устных докладов, которые должен сделать каждый студент в течение семестра. Доклад заключается в подробном изложении решения какой-либо конкретной задачи из теории уравнений смешанного типа.

### **Методические материалы для проведения процедур оценивания результатов обучения**

#### **Особенности организации процесса обучения**

Для эффективного освоения курса рекомендуется перед каждым занятием привести в порядок конспекты лекций. После каждого занятия рекомендуется найти и прочитать основную и дополнительную литературу по теме лекции и прочитать свои конспекты.

#### **Система контроля и оценивания**

Окончательная оценка определяется исходя из оценки устного ответа студента, при этом отсутствие удовлетворительного доклада в течение семестра может понизить оценку на балл, а отличный доклад и работа в течение семестра может улучшить оценку студента не более, чем на один балл.

#### **Структура и график контрольных мероприятий**

Каждый студент делает доклад в течение семестра и сдает устный экзамен в конце семестра.