

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова»

«Утверждаю»

Декан факультета ВМК МГУ  
имени М.В. Ломоносова



Е.И. Моисеев

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2018 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
**«Уравнения с частными производными и граничное управление»**

Уровень высшего образования – подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре

Направление подготовки – 01.06.01 «Математика и механика»

Уровень высшего образования – подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре

Направленность (профиль) – 01.01.02 «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

2018 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### 1. НАИМЕНОВАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Уравнения в частных производных и граничное уравнение

### 2. УРОВЕНЬ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре.

### 3. НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ, НАПРАВЛЕННОСТЬ (ПРОФИЛЬ) ПОДГОТОВКИ

Направление 01.06.01 «Математика и механика». Направленность (профиль) «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» (01.01.02).

### 4. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина относится к специальным дисциплинам вариативной части образовательной программы и является обязательной для освоения.

### 5. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ

Дисциплина участвует в формировании следующих компетенций образовательной программы:

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения
Владение современными методами построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также методами разработки и реализации алгоритмов их решения на основе фундаментальных знаний в области математики и информатики (ПК-1)	З1 (ПК-1) Знать: современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения У1 (ПК-1) Уметь: применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения В1 (ПК-1) Владеть: навыками оптимального выбора современных методов построения и ана-

	<p>лиза математических моделей, возникающих при решении естественно-научных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения</p>
<p>Способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий (ОПК-1)</p>	<p>З1(ОПК-1) ЗНАТЬ: современные методы исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области</p> <p>У1(ОПК-1) УМЕТЬ: уметь самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий</p>
<p>Способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях (УК-1)</p>	<p>У2 (УК-1)УМЕТЬ: при решении исследовательских и практических задач генерировать новые идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений</p> <p>В2 (УК-1)ВЛАДЕТЬ: навыками критического анализа и оценки современных научных достижений и результатов деятельности по решению исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях</p>

Оценочные средства для промежуточной аттестации приведены в Приложении.

## 6. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Объем дисциплины составляет 3 зачетных единицы, всего 108 часов.

40 часов составляет контактная работа с преподавателем – 32 часа занятий лекционного типа, 0 часов занятий семинарского типа (семинары, научно-практические занятия, лабораторные работы и т.п.), 0 часов индивидуальных консультаций, 4 часа мероприятий текущего контроля успеваемости, 2 часа групповых консультаций, 2 часа мероприятий промежуточной аттестации.

68 часов составляет самостоятельная работа аспиранта.

## 7. ВХОДНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Учащиеся должны владеть знаниями по математическому анализу, уравнениям в частных производных, в объеме, соответствующем основным образовательным программам бакалавриата и магистратуры по укрупненным группам направлений и специальностей 01.00.00 «Математика и механика», 02.00.00 «Компьютерные и информационные науки».

## 8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

1. Программное обеспечение для подготовки слайдов лекций MS PowerPoint
2. Программное обеспечение для создания и просмотра pdf-документов Adobe Reader
3. Издательская система LaTeX.

## 9. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

В курсе рассматриваются основные проблемы и задачи, связанные с задачами граничного управления распределенными системами.

Рассматривается теория пространств Соболева, а также операционные методы решения уравнений в частных производных и задач граничного управления.

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),	Всего (часы)	В том числе	
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них	Самостоятельная работа обучающегося, часы из них

<b>форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)</b>		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Групповые консультации	Индивидуальные консультации	Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, практические контрольные занятия и др)*	<b>Всего</b>	Выполнение домашних заданий	Подготовка рефератов и т.п..	<b>Всего</b>
<b>Тема 1.</b> Обобщенные производные и пространства Соболева  Обобщенные производные. Неравенство Фридрихса. След функций из пространств Соболева. Обобщенная задача Дирихле с однородными граничными условиями. Вариационный метод доказательства теоремы существования и единственности обобщенного решения задачи Дирихле. Задача Дирихле с неоднородными граничными условиями	22	14	-	-	-		14	8	-	8
<b>Тема 2.</b> Вторая и третья краевые задачи. Метод Фурье для гиперболических уравнений	22	14	-	-	-	-	14	8	-	8

<p>Неравенство Пуанкаре.  Разрешимость 2-ой и 3-ей краевой задачи для уравнения Пуассона.  Вариационный принцип для собственных функций оператора Лапласа. Точная постоянная в неравенстве Фридрихса.  Теорема о первой собственной функции оператора Лапласа. Теорема Реллиха.  Обоснование метода Фурье для гиперболических уравнений в пространстве Соболева.  Обоснование метода Фурье для неоднородного гиперболического уравнения.</p>										
<p><b>Тема 3. Некоторые вопросы теории граничных уравнений</b></p> <p>Операторные методы. Теория и обоснование.  Преобразование Хевисайда в граничном уравнении. Примеры.  Современное состояние теории граничных задач и граничного уравнения.</p>	14	4	-	-	-	2	6	8	-	8
<p><b>4. Промежуточная аттестация – устный экзамен</b></p>		2					44			
<p><b>Итого</b></p>	108	40					68			

## 10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ УЧАЩИХСЯ

Самостоятельная работа учащихся состоит в изучении лекционного материала, учебно-методической литературы, подготовки к текущему контролю и промежуточной аттестации.

Литература для самостоятельной работы студентов в соответствии с тематическим планом .

### **Модуль 1 «Обобщенные производные и пространства Соболева. 1,2 и 3 краевые задачи»**

1. О.А.Олейник. Лекции об уравнениях с частными производными, Москва, Бинوم. 2005.
2. Л.К.Эванс. Уравнения с частными производными. Новосибирск. Т.Рожковская, 2003.

### **Модуль 2 «Метод Фурье для гиперболических уравнений»**

1. О.А.Олейник. Лекции об уравнениях с частными производными. Москва, Бином, 2005.
2. И.Г.Петровский. Лекции об уравнениях с частными производными., Москва. Физматлит., 2009.
3. В.П.Михайлов. Уравнения в частных производных., Москва, Наука, 1983.

### **Модуль 3 «Некоторые вопросы теории граничного управления»**

1. В.А.Ильин, Е.И.Моисеев., Успехи матем. наук, т.60, № 6, 2005.

## 11. РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

### **Основная литература**

1. О.А.Олейник. Лекции об уравнениях с частными производными. Москва, Бином, 2005.
2. И.Г.Петровский. Лекции об уравнениях с частными производными., Москва, Физматлит., 2009.
3. Л.К.Эванс. Уравнение с частными производными., Новосибирск. Т.Рожковская, 2003.

### Дополнительная литература

1. С.Л.Соболев. Уравнения математической физики., Москва, Наука, 1992.
2. В.П.Михайлов. Уравнения в частных производных., Москва, Наука, 1983.

### Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. <http://elibrary.ru>
2. [www.arxiv.org](http://www.arxiv.org)
3. [www.mathnet.ru](http://www.mathnet.ru)

### Информационные технологии, используемые в процессе обучения

1. Программное обеспечение для подготовки слайдов лекций MS PowerPoint
2. Программное обеспечение для создания и просмотра pdf-документов Adobe Reader
3. Издательская система LaTeX.

### Активные и интерактивные формы проведения занятия

№ п\п	Тип занятия или внеаудиторной работы	Вид и тематика (название) интерактивного занятия
1	Лекция 7	Устный опрос в виде диалога по теме первого модуля
2	Лекция 16	Обсуждение современных проблем теории с участием приглашенного специалиста



### **Материально-техническая база**

Для преподавания дисциплины требуется класс, оборудованный маркерной или меловой доской и проектором.

### **12. ЯЗЫК ПРЕПОДАВАНИЯ**

Русский

### **13. РАЗРАБОТЧИК ПРОГРАММЫ, ПРЕПОДАВАТЕЛИ**

профессор, д.ф.-м.н. \_\_\_\_\_/Денисов В.Н./  
старший преподаватель, к.ф.-м.н. \_\_\_\_\_/Смирнов И.Н./

**ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

**«Уравнения в частных производных и граничное уравнение»**

Средства для оценивания планируемых результатов обучения, критерии и показатели оценивания приведены ниже.

РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю)	КРИТЕРИИ и ПОКАЗАТЕЛИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю) <i>(критерии и показатели берутся из соответствующих карт компетенций, при этом пользуются либо традиционной системой оценивания, либо БРС)</i>					ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА
	1	2	3	4	5	
	<b>Неудовлетворительно</b>	<b>Неудовлетворительно</b>	<b>Удовлетворительно</b>	<b>Хорошо</b>	<b>Отлично</b>	
ЗНАТЬ: современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения З1 (ПК-1)	Отсутствие знаний	Фрагментарные представления о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения	В целом сформированные, но неполные знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения	Сформированные систематические знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения	Устный экзамен-тест
УМЕТЬ: применять современные методы построения и анализа математических моделей,	Отсутствие умений	Фрагментарные умения применять современные методы построения и анализа математических мо-	В целом успешное, но не систематическое умение применять современные ме-	Успешное, но содержащее отдельные пробелы умение применять совре-	Сформированное умение применять современные методы построения и анализа математических мо-	Устный экзамен

возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения У1 (ПК-1)		делей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения	тоды построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения	менные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения	делей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения	
<b>ВЛАДЕТЬ:</b> навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения В1 (ПК-1)	Отсутствие навыков	Фрагментарное владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения	В целом успешное, но не полное владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения	Успешное, но содержащее отдельные пробелы владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения	Сформированное владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения	Устный экзамен
<b>УМЕТЬ:</b> при решении исследовательских и практических задач генерировать новые идеи,	Отсутствие умений	Частично освоенное умение при решении исследовательских и практических задач генерировать идеи,	В целом успешное, но не систематически осуществляемое умение при решении ис-	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение при решении ис-	Сформированное умение при решении исследовательских и практических задач генерировать идеи,	доклад на научном семинаре

поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений У2 (УК-1)		поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений	следователских и практических задач генерировать идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений	следователских и практических задач генерировать идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений	поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений	
ВЛАДЕТЬ: навыками критического анализа и оценки современных научных достижений и результатов деятельности по решению исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях В2 (УК-1)	Отсутствие навыков	Фрагментарное применение технологий критического анализа и оценки современных научных достижений и результатов деятельности по решению исследовательских и практических задач.	В целом успешное, но не систематическое применение технологий критического анализа и оценки современных научных достижений и результатов деятельности по решению исследовательских и практических задач.	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение технологий критического анализа и оценки современных научных достижений и результатов деятельности по решению исследовательских и практических задач.	Успешное и систематическое применение технологий критического анализа и оценки современных научных достижений и результатов деятельности по решению исследовательских и практических задач.	доклад на научном семинаре
УМЕТЬ: самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием	Отсутствие умений	Частично освоенное умение самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с	В целом успешное, но не систематическое умение самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в	Успешное и систематическое умение самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной	доклад на научном семинаре

современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий У1 (ОПК-1)		использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	профессионально й области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационн ых технологий	соответствующей профессионально й области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационн ых технологий	области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	
ЗНАТЬ: современные методы исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области З1(ОПК-1)	Отсутствие знаний	Фрагментарные представления современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области	В целом сформированные, но неполные знания о современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области	Сформированные систематические знания о современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области	доклад на научном семинаре

### Фонды оценочных средств, необходимые для оценки результатов обучения

Список вопросов для устного экзамена.

1. Обобщенные производные
2. Неравенство Фридрихса
3. След функций из пространств Соболева
4. Обобщенная задача Дирихле с однородными граничными условиями
5. Вариационный метод доказательства теоремы существования и единственности обобщенного решения задачи Дирихле
6. Задача Дирихле с неоднородными граничными условиями

7. Неравенство Пуанкаре
8. Разрешимость 2-ой и 3-ей краевой задачи для уравнения Пуассона
9. Вариационный принцип для собственных функций оператора Лапласа. Точная постоянная в неравенстве Фридрихса
10. Теорема о первой собственной функции оператора Лапласа. Теорема Реллиха.
11. Обоснование метода Фурье для гиперболических уравнений в пространстве Соболева
12. Обоснование метода Фурье для неоднородного гиперболического уравнения
13. Операторные методы. Теория и обоснование.
14. Преобразование Хевисайда в граничном уравнении. Примеры.

Материалы для мероприятий текущего контроля.

Мероприятия текущего контроля реализуются в виде тестов с выбором вариантов ответа. Четыре набора тестов охватывают теоретический материал, относящийся соответственно к темам 1, 2, 3. Вопросы тестов соответствуют приведенным выше вопросам к устному экзамену, раскрывая их на более подробном уровне.