

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова»

«Утверждаю»

Декан факультета ВМК МГУ
имени М.В. Ломоносова

академик _____ Е.И.Моисеев



« ____ » _____ 2015 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

«Введение в ресургентный анализ»

Уровень высшего образования – подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре

Направление подготовки – 01.06.01 «Математика и механика»

Направленность (профиль) – «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» (01.01.02)

2015 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

1. НАИМЕНОВАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Введение в ресургентный анализ

2. УРОВЕНЬ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре.

3. НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ, НАПРАВЛЕННОСТЬ (ПРОФИЛЬ) ПОДГОТОВКИ

Направление 01.06.01 «Математика и механика». Направленность (профиль) «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» (01.01.02).

4. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина относится к специальным дисциплинам вариативной части образовательной программы.

5. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ

Дисциплина участвует в формировании следующих компетенций образовательных программ:

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения
-------------------------	---------------------------------

<p>ПК-1: Владение современными методами построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также методами разработки и реализации алгоритмов их решения на основе фундаментальных знаний в области математики и информатики</p>	<p>ЗНАТЬ: современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения УМЕТЬ: применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения ВЛАДЕТЬ: навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения</p>
<p>УК-1: Способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных областях.</p>	<p>УМЕТЬ: анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов ВЛАДЕТЬ: навыками анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях</p>
<p>ОПК-1: Способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий</p>	<p>ЗНАТЬ: современные методы исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области УМЕТЬ: уметь самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий</p>

Оценочные средства для промежуточной аттестации приведены в Приложении.

6. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Объем дисциплины составляет 3 зачетных единицы, всего 108 часов.

Из них 36 часов составляет контактная работа с преподавателем – 32 часа занятий лекционного типа, 2 часа мероприятий текущего контроля успеваемости, 2 часа мероприятия промежуточной аттестации. 72 часа составляет самостоятельная работа аспиранта.

7. ВХОДНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Учащиеся должны владеть знаниями по курсам алгебры, математического анализа, функционального анализа, дифференциальных уравнений и теории функций комплексного переменного в объеме, соответствующем основным образовательным программам бакалавриата и магистратуры по укрупненным группам направлений и специальностей 01.01.01 «Функциональный анализ», 01.01.02 «Дифференциальные уравнения».

8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В процессе обучения используется программное обеспечение для подготовки слайдов лекций MS PowerPoint.

9. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

В курсе рассматриваются линейные дифференциальные уравнения с голоморфными коэффициентами с иррегулярными особыми точками. Рассматриваются способы решения нефуксовых дифференциальных уравнений с помощью методов ресургентного анализа, основой которого является преобразование Лапласа-Бореля.

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины, форма промежуточной аттестации по	Всего (часы)	В том числе	
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них	Самостоятельная работа обучающегося, часы из них

дисциплине		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Групповые консультации	Индивидуальные консультации	Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, практические контрольные занятия и др.)*	Всего	Выполнение домашних заданий	Подготовка рефератов и т.п..	Всего
Тема1. Дифференциальные уравнения с голоморфными коэффициентами. Дифференциальные уравнения с голоморфными коэффициентами. Регулярные и иррегулярные особые точки. Проблема Пуанкаре Регулярные особые точки, уравнения фуксова типа, конормальные асимптотики Иррегулярные особенности. Пример Эйлера, явление Стокса на примере уравнения второго порядка. Асимптотические ряды и методы их суммирования. Преобразование Лапласа-Бореля как метод суммирования асимптотического ряда.	32	12	-	-	-	-	12	20	-	20

Тема 2. Основы ресургентного анализа. Основы ресургентного анализа. Пространство целых функций экспоненциального роста на плоскости. Преобразование Лапласа целых функций экспоненциального роста. Преобразование Бореля в пространстве целых функций. Теорема о обратном преобразовании к преобразованию Лапласа Преобразование Бореля как метод суммирования расходящихся рядов. Преобразование Лапласа и Бореля для свертки. Квантование с помощью преобразования Лапласа. Понятие гиперфункции с компактным носителем. Пространство гиперфункций $H_0(C_\varepsilon)$. Определение пространства Лапласа Бореля в пространстве гиперфункций и обратное преобразование. Квантование в пространстве гиперфункций	34	10	-	-	-	-	10	24	-	24
Промежуточная аттестация: устный опрос	2	-	-	-	-	2	2	-	-	-

Тема 3. Построение асимптотик решения уравнения с голоморфными коэффициентами. Описание метода. Классификация. Примеры построения асимптотик	30	10	-	-	-	-	10	20	-	20	
Промежуточная аттестация – устный экзамен	10	2						8			
Итого	108	36						72			

10. Лекционные занятия

№ модуля дисциплины	№ лекции	Объем занятий (часы)	Краткое содержание
1	1	2	Дифференциальные уравнения с голоморфными коэффициентами. Регулярные и иррегулярные особые точки. Проблема Пуанкаре.
	2	2	Регулярные особые точки, уравнения фуксова типа, конормальные асимптотики

	3	2	Иррегулярные особенности. Пример Эйлера, явление Стокса на примере уравнения второго порядка.
	4	2	Асимптотические ряды и методы их суммирования
	5	2	Пример нефуксовой асимптотики.
	6	2	Преобразование Лапласа-Бореля как метод суммирования асимптотического ряда.
2	7	2	Основы ресургентного анализа. Пространство целых функций экспоненциального роста на плоскости.
	8	2	Преобразование Лапласа целых функций экспоненциального роста. Преобразование Бореля в пространстве целых функций.
	9	2	Теорема о обратном преобразовании к преобразованию Лапласа
	10	2	Преобразование Бореля как метод суммирования расходящихся рядов.
	11	2	Преобразование Лапласа и Бореля для свертки. Квантование с помощью преобразования Лапласа.
	12	2	Понятие гиперфункции с компактным носителем. Пространство гиперфункций $H_0(C_\xi)$. Определение пространства Лапласа Бореля в пространстве гиперфункций и обратное преобразование. Квантование в пространстве гиперфункций.
3	13	2	Гиперфункции экспоненциального роста. Вариация гиперфункции экспоненциального роста. Точные последовательности. Теорема о точности последовательности.
	14	2	Преобразование Лапласа Бореля гиперфункций экспоненциального роста. Преобразование Бореля. Теорема о взаимной обратности преобразований Лапласа Бореля и преобразования Бореля.

	15	2	Построение асимптотик решения уравнения с голоморфными коэффициентами при условии, что основной символ уравнения имеет простые корни. Построение асимптотик решений для уравнений второго порядка.
--	----	---	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

10.2. Практические занятия

Не предусмотрено.

10.3. Лабораторные занятия

Не предусмотрено.

10.4. Самостоятельная работа студентов

№ модуля Дисциплины	Объем занятий (часы)	Вид СРС
1	8	Чтение дополнительной и основной литературы
	2	Подготовка к устному опросу
	2	Подготовка к экзамену
2	8	Чтение дополнительной и основной литературы
	2	Подготовка к устному опросу
	2	Подготовка к экзамену
3	8	Чтение дополнительной и основной литературы

	2	Подготовка к устному опросу
	2	Подготовка к экзамену

Модуль 1: «Дифференциальные уравнения с голоморфными коэффициентами»

1. Poincare H. Sur les integrales irregulieres des equations lineaires. //Acta math. 1886, v. 8, p. 295-344.

Модуль 2: «Основы ресургентного анализа»

1. B. Sternin, V. Shatalov, Borel-Laplace Transform and Asymptotic Theory. Introduction to Resurgent Analysis. CRC Press, 1996
2. J. Ecalle. Cinq applications des fonctions résurgentes. // Prepub. Math. d'Orsay, 1984, 84T62, # 110 pp.
3. Ф. Олвер. Асимптотика и специальные функции. Наука. 1999.
4. Л. Чезаре. Асимптотическое поведение и устойчивость решений обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Мир, 1964
5. Э. А Коддингтон, Н. Левинсон Теория обыкновенных дифференциальных уравнений. ЛКИ, 2010.

Модуль 3: «Построение асимптотик решения уравнения с голоморфными коэффициентами»

1. Коровина М. В., Шаталов В. Е. Дифференциальные уравнения с вырождением и ресургентный анализ // Дифференциальные уравнения. — 2010. — Т. 46, № 9. — С. 1259–1277.
2. Коровина М. В. Существование ресургентного решения для уравнений с вырождением высших порядков // Дифференциальные уравнения. — 2011. — Т. 47, № 3. — С. 349–357.
3. Коровина М. В. Асимптотики решений уравнений с высшими вырождениями // Доклады Академии наук. — 2011. — Т. 437, № 3. — С. 302–304.
4. Коровина М. В. Метод повторного квантования и его применения к построению асимптотик решений уравнений с вырождением // Дифф. уравнения 2012 .- том. 48, N5, -стр. 710-722.

11. РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Основная литература

1. Poincare H. Sur les integrales irregulieres des equations lineaires. //Acta math. 1886, v. 8, p. 295-344.

2. B. Sternin, V. Shatalov, Borel-Laplace Transform and Asymptotic Theory. Introduction to Resurgent Analysis. CRC Press, 1996
3. J. Ecalle. Cinq applications des fonctions résumantes. // Prepub. Math. d'Orsay, 1984, 84T62, # 110 pp.
4. Ф. Олвер. Асимптотика и специальные функции. Наука. 1999.
5. Л. Чезаре. Асимптотическое поведение и устойчивость решений обыкновенных дифференциальных уравнений. Мир 1964
6. Э. А Коддингтон, Н. Левинсон. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений. ЛКИ, 2010.

Дополнительная литература

1. Коровина М. В., Шаталов В. Е. Дифференциальные уравнения с вырождением и ресургентный анализ // Дифференциальные уравнения. — 2010. — Т. 46, № 9. — С. 1259–1277.
2. Коровина М. В. Существование ресургентного решения для уравнений с вырождением высших порядков // Дифференциальные уравнения. — 2011. — Т. 47, № 3. — С. 349–357.
3. Коровина М. В. Асимптотики решений уравнений с высшими вырождениями // Доклады Академии наук. — 2011. — Т. 437, № 3. — С. 302–304.
4. Коровина М. В. Метод повторного квантования и его применения к построению асимптотик решений уравнений с вырождением // Дифф. уравнения 2012 .- том. 48, N5, -стр. 710-722.

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. www.arxiv.org
2. www.mathnet.ru

Информационные технологии, используемые в процессе обучения

1. Программное обеспечение для подготовки слайдов лекций MS PowerPoint
2. Программное обеспечение для создания и просмотра pdf-документов Adobe Reader
3. Издательская система LaTeX.

Материально-техническая база

Для преподавания дисциплины требуется класс, оборудованный маркерной или меловой доской и проектором.

12. ЯЗЫК ПРЕПОДАВАНИЯ

Русский

13. РАЗРАБОТЧИК ПРОГРАММЫ, ЛЕКТОР

Профессор, д.ф.-м.н. Коровина Мария Викторовна

РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю)	КРИТЕРИИ и ПОКАЗАТЕЛИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю) (критерии и показатели берутся из соответствующих карт компетенций, при этом пользуются либо традиционной системой оценивания, либо БРС)					ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА
	1	2	3	4	5	
	Неудовлетвори- тельно	Неудовлетвори- тельно	Удовлетвори- тельно	Хорошо	Отлично	
<p>ЗНАТЬ: современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучн ых задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения</p> <p>31 (ПК-1)</p>	Отсутствие знаний	Фрагментарные представления о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения	В целом сформированные, но неполные знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучн ых задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения	Сформиров анные систематич еские знания о современн ых методах построения и анализа математиче ских моделей, возникающ их при решении естественно научных задач, а также современн ых методах разработки и реализации	Устный экзамен

					алгоритмов их решения	
УМЕТЬ: применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения У1 (ПК-1)	Отсутствие умений	Фрагментарные умения применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения	В целом успешное, но не систематическое умение применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения	Успешное, но содержащее отдельные пробелы умение применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения	Сформированное умение применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения	Устный экзамен
ВЛАДЕТЬ: навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических	Отсутствие навыков	Фрагментарное владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении	В целом успешное, но не полное владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических	Успешное, но содержащее отдельные пробелы владение навыками оптимального выбора современных методов	Сформированное владение навыками оптимального выбора современных методов построения	Устный экзамен, устный опрос

<p>моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения В1 (ПК-1)</p>		<p>естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	
<p>УМЕТЬ: критически анализировать и оценивать современные научные достижения, генерировать новые идеи при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных областях У1(УК-1)</p>	<p>Отсутствие умений</p>	<p>Фрагментарные умения критически анализировать и оценивать современные научные достижения, генерировать новые идеи при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных областях</p>	<p>В целом успешное, но не систематическое умение критически анализировать и оценивать современные научные достижения, генерировать новые идеи при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных областях</p>	<p>Успешное, но содержащее отдельные пробелы умение критически анализировать и оценивать современные научные достижения, генерировать новые идеи при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных</p>	<p>Сформированное умение критически анализировать и оценивать современные научные достижения, генерировать новые идеи при решении исследовательских и</p>	<p>Устный опрос</p>

				ых областях	практических задач, в том числе междисциплинарных областях	
ВЛАДЕТЬ: навыками анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях Код В1 (УК-1)	Отсутствие навыков	Фрагментарное применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач	В целом успешное, но не систематическое применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач	Успешное и систематическое применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях	Устный опрос
УМЕТЬ: самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием	Отсутствие умений	Частично освоенное умение самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием	В целом успешное, но не систематическое умение самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в	Успешное и систематическое умение самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую	Устный экзамен

<p>современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий У1 (ОПК-1)</p>		<p>современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий</p>	<p>профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий</p>	<p>соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий</p>	<p>деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий</p>	
<p>ЗНАТЬ: современные методы исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области 31(ОПК-1)</p>	<p>Отсутствие знаний</p>	<p>Фрагментарные представления о современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области</p>	<p>В целом сформированные, но неполные знания о современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области</p>	<p>Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области</p>	<p>Сформированные систематические знания о современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей</p>	<p>Устный экзамен</p>

					профессион альной области	
--	--	--	--	--	---------------------------------	--

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

«Введение в ресургентный анализ»

Средства для оценивания планируемых результатов обучения, критерии и показатели оценивания приведены ниже.

Фонды оценочных средств, необходимые для оценки результатов обучения

Список вопросов для устного экзамена.

1. Дифференциальные уравнения с голоморфными коэффициентами. Регулярные и иррегулярные особые точки. Проблема Пуанкаре.
2. Регулярные особые точки, уравнения фуксова типа, конормальные асимптотики.
3. Иррегулярные особенности. Пример Эйлера, явление Стокса на примере уравнения второго порядка. Асимптотические ряды и методы их суммирования. Пример нефуксовой асимптотики. Преобразование Лапласа-Бореля как метод суммирования асимптотического ряда.
4. Основы ресургентного анализа. Пространство целых функций экспоненциального роста на плоскости. Преобразование Лапласа целых функций экспоненциального роста. Преобразование Бореля в пространстве целых функций. Теорема об обратном преобразовании к преобразованию Лапласа
5. Преобразование Бореля как метод суммирования расходящихся рядов. Преобразование Лапласа и Бореля для свертки. Квантование с помощью преобразования Лапласа.
6. Понятие гиперфункции с компактным носителем. Пространство гиперфункций $H_0(C_{\xi})$. Определение пространства Лапласа Бореля в

пространстве гиперфункций и обратное преобразование. Квантование в пространстве гиперфункций.

7. Гиперфункции экспоненциального роста. Вариация гиперфункции экспоненциального роста. Точные последовательности. Теорема о точности последовательности.
8. Преобразование Лапласа Бореля гиперфункций экспоненциального роста. Преобразование Бореля. Теорема о взаимной обратности преобразований Лапласа-Бореля и преобразования Бореля.
9. Преобразование Лапласа Бореля функции r^k . Суммирование расходящихся рядов с помощью преобразование Лапласа-Бореля.
10. Ресургентные функции. Доказательство ресургентности решения линейного дифференциального уравнения с голоморфными коэффициентами при условии ресургентности правой части. Основной символ дифференциального оператора с вырождением типа клюва.
11. Построение асимптотик решения уравнения с голоморфными коэффициентами при условии, что основной символ уравнения имеет простые корни. Построение асимптотик решений для уравнений второго порядка.

Особенности организации процесса обучения

Для эффективного освоения курса рекомендуется перед каждым занятием привести в порядок конспекты лекций. После каждого занятия рекомендуется найти и прочитать дополнительную литературу по теме лекции и прочитать свои конспекты.

Структура и график контрольных мероприятий

Устный экзамен в конце семестра.